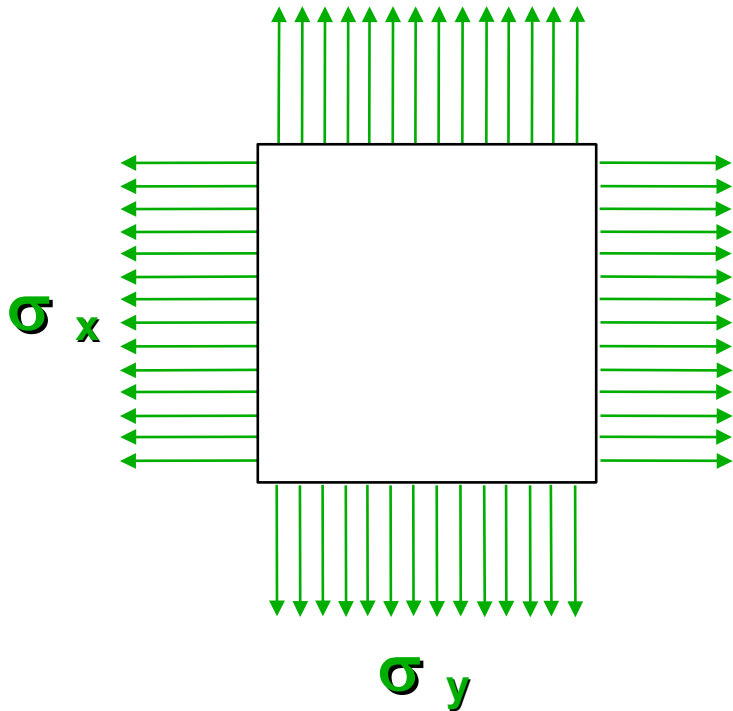


MISURE DI DEFORMAZIONE MEDIANTE ESTENSIMETRI

Stato di Tensione piano

$$\sigma_z = 0$$



$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\sigma_x = \frac{E(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)}{1 - \nu^2}$$

$$\sigma_y = \frac{E(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)}{1 - \nu^2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

unità di misura $\Delta L/L$ [$\mu\text{m}/\text{m}$] ($1\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$)

NB: i termini microepsilon, microstrain non sono unità ISO e non si usano

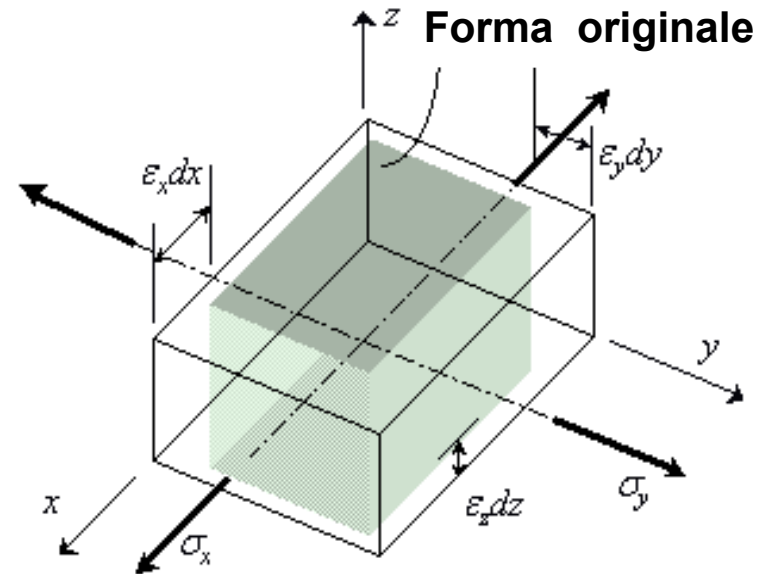
Stato di Tensione triassiale

Se si estende lo stato di tensione a tutte e tre le dimensioni

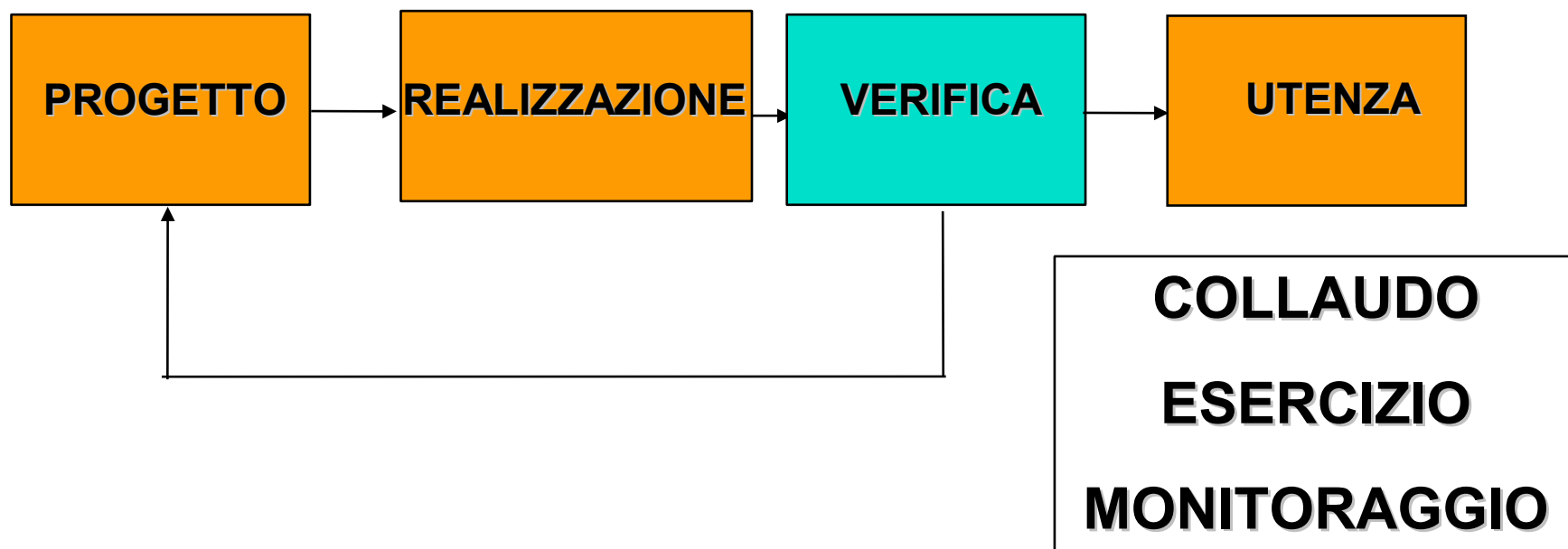
$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

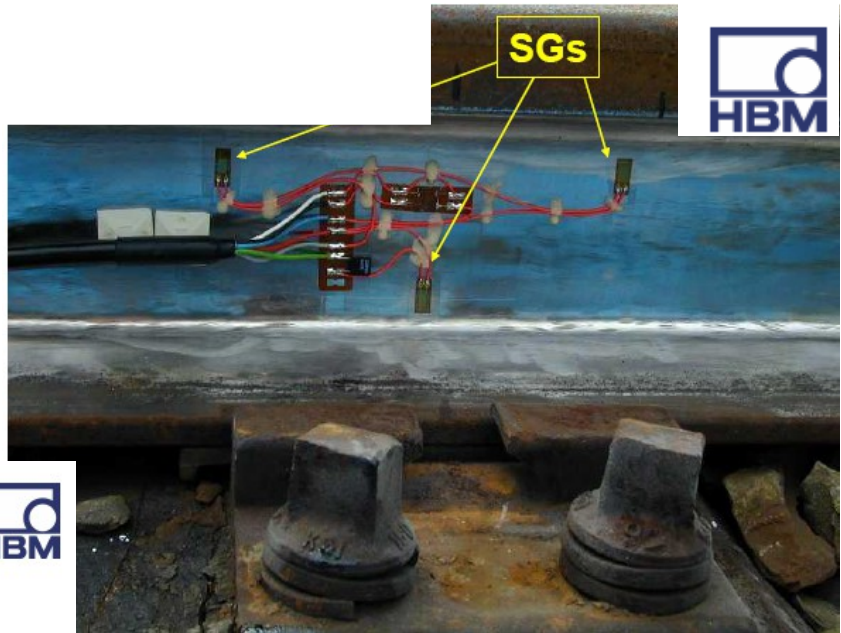
$$\epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$



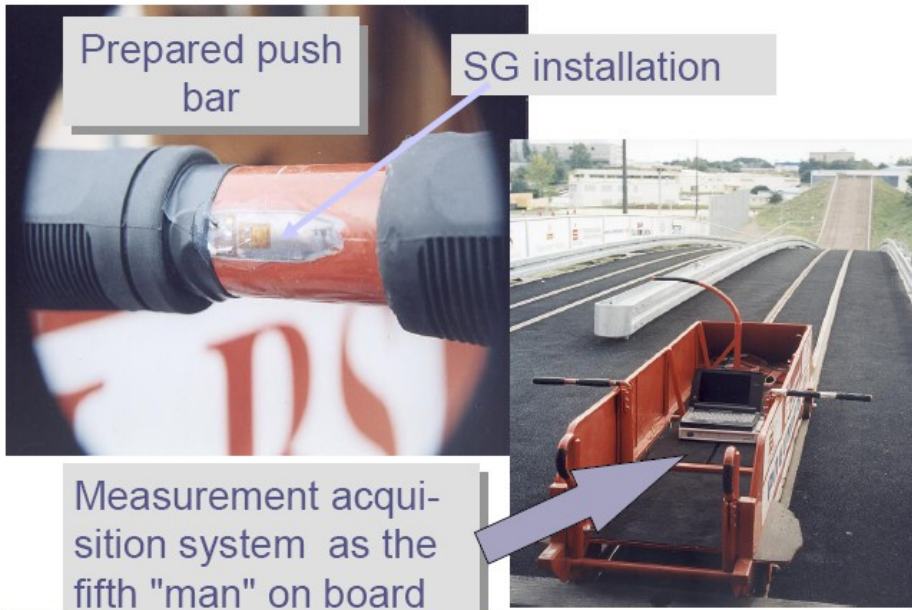
Quando si devono misurare deformazioni



In applicazioni prevedibili...



From strain gage to complete measurement chain

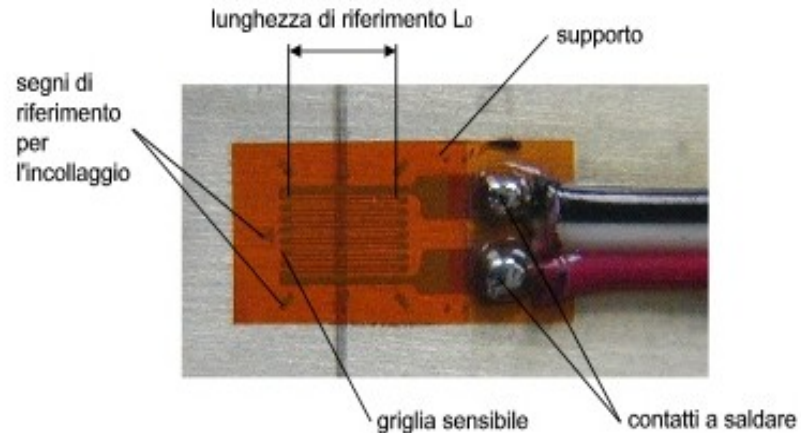


In applicazioni imprevedibili...



Come si misurano le deformazioni

Per la misura di deformazioni si usano trasduttori chiamati **estensimetri**, capaci di convertire il segnale di deformazione in un segnale analogico di tipologia differente a seconda della tipologia di estensimetro e se necessario di amplificarlo opportunamente mediante un sistema di leve .



Tipi di estensimetri

Estensimetri meccanici (a leva meccanica) : sono stati i primi ad essere sviluppati in ambito industriale, ma non avendo un accettabile rapporto tra livello di accuratezza e costi di realizzazione, sono stati soppiantati da altri tipi. Un altro limite è costituito dal fatto che gli elementi meccanici presentano inevitabilmente **inerzia e attriti** che non consentono di fare misure di deformazioni dinamiche.

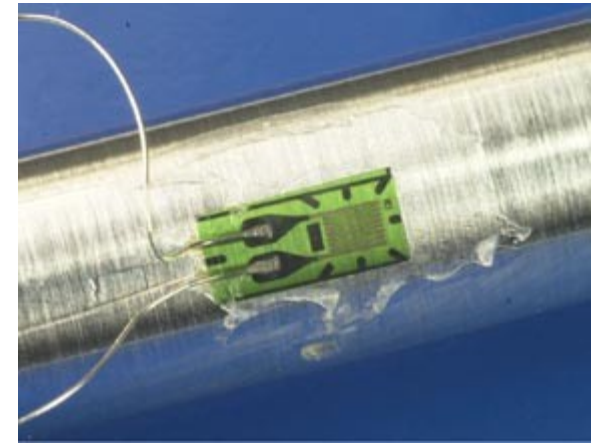
Estensimetri ottici (a leva ottica, fotoelastici, interferometrici): garantiscono **elevate accuratezze**, ma a causa dell'elevato costo sono generalmente impiegati solo in laboratori metrologici.

Estensimetri acustici: usano il principio della corda vibrante, ovvero il fatto che una corda vibrante emette onde sonore a differente frequenza a seconda della tensione della corda.

Estensimetri elettrici a resistenza: i più diffusi e più economici, realizzabili in diverse dimensioni, generalmente di ottima accuratezza, con facile circuito di lettura

Generalmente si pratica anche la seguente diversificazione

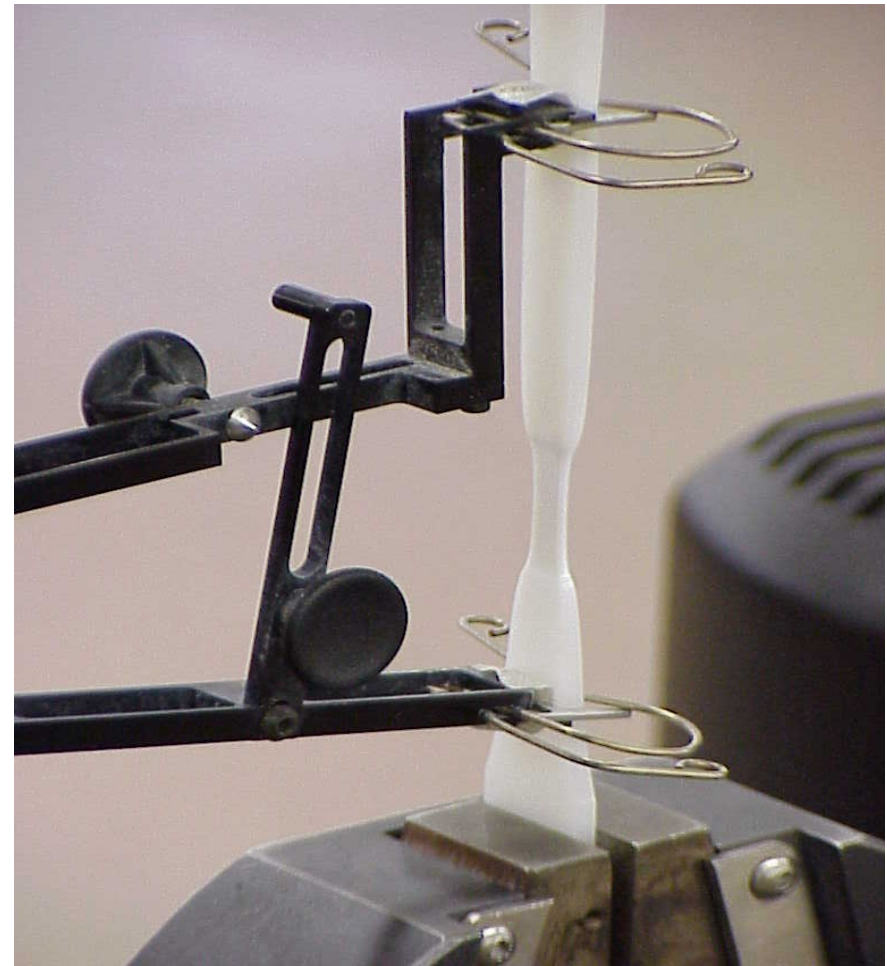
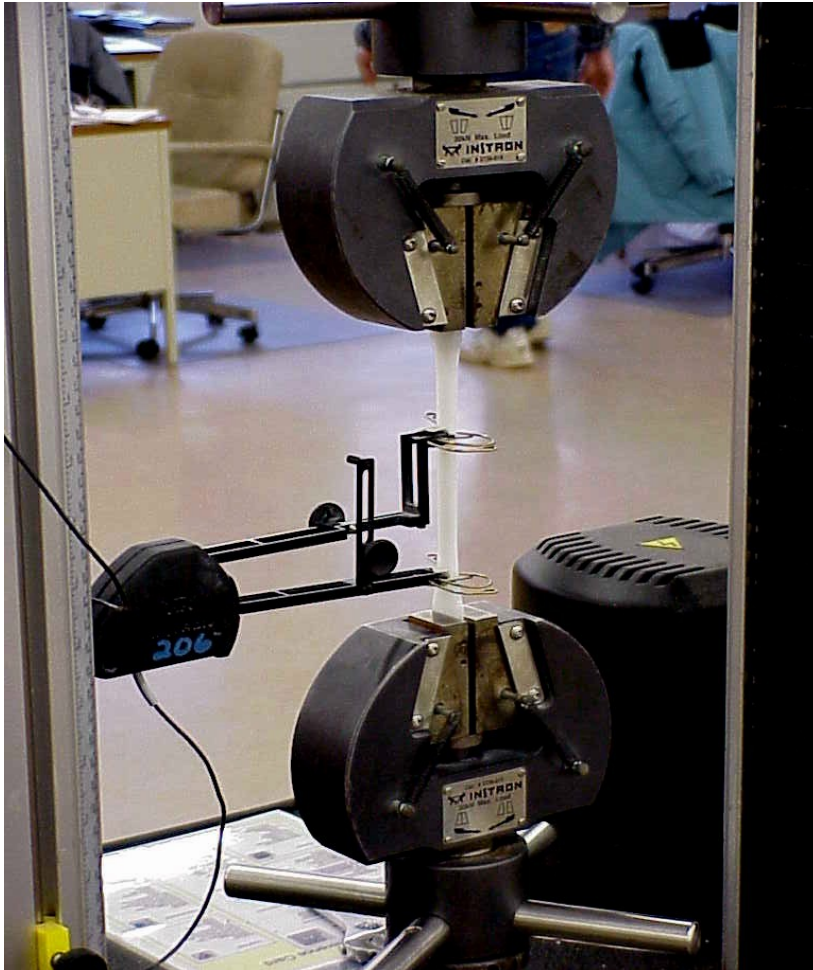
estensimetro (strain gauge) = trasduttore utilizzato per misurare le **deformazioni locali** in un **componente di forma qualsiasi**;



estensometro (extensometer) = particolare tipo di estensimetro adatto principalmente a misurare la **deformazione media** di un provino, per esempio il tipico provino utilizzato nelle prove di trazione.
basi di misura normalizzate: 25 - 50 - 100 - 150 - 250 mm



Gli estensometri trovano applicazione soprattutto nelle macchine di trazione (verifica delle proprietà meccaniche dei materiali)



Estensimetro meccanico

In un estensimetro meccanico sono presenti in genere:

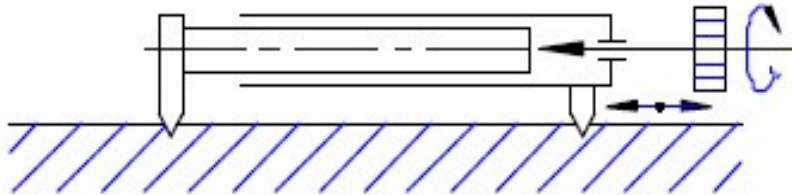
- ➔ **due coltelli (o due afferraggi)**, disposti su di un'apposita incastellatura ad una distanza prefissata che costituisce la base di misura dell'estensimetro. Lo spostamento del coltello mobile rispetto al coltello fisso consente di determinare la deformazione;
- ➔ **il trasduttore di misura**, che trasforma lo spostamento tra i coltelli in un segnale amplificato;

Gli allungamenti da misurare, in campo elastico su materiali metallici, **sono molto piccoli**.

Bisogna quindi ricorrere all'amplificazione per mezzo di viti micrometriche, leve e sistemi di leve o ingranaggi

Estensimetro di Howard (1888)

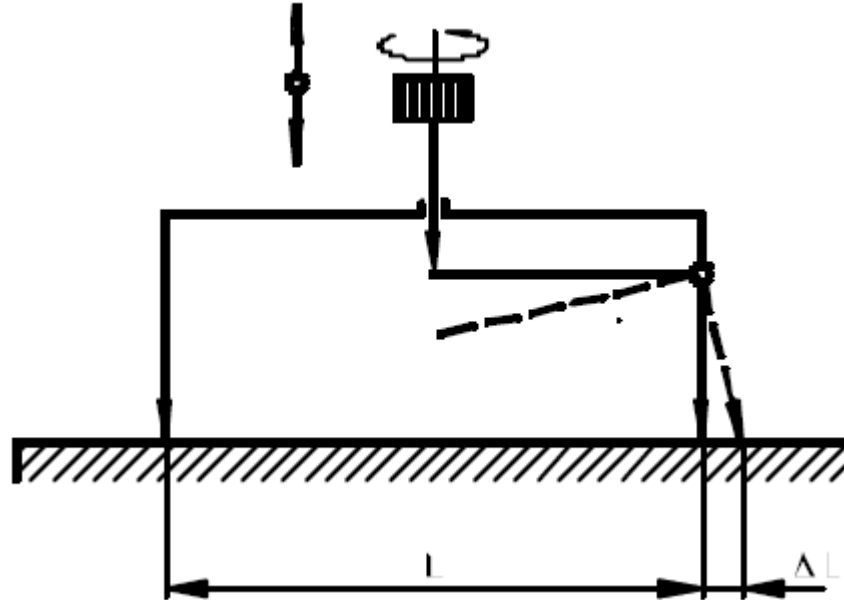
L'estensimetro, molto semplice, è costituito da due tubi coassiali terminanti con punte coniche che si inseriscono in forellini praticati nel componente da misurare



Lo spostamento relativo tra i due tubi è misurato utilizzando la vite micrometrica che assicura un'accuratezza di circa $5 \mu\text{m}$.

Estensimetro di Berry (1910)

In seguito vennero usate soluzioni più complesse per aumentare l'accuratezza di misura attraverso leve meccaniche come nell'estensimetro di Berry



Estensimetro meccanici a leve multiple (Huggenberger)

Il piu' accurato fra gli estensimetri meccanici sviluppato attorno al 1935.

Attraverso una amplificazione a leve multiple, consente una amplificazione dello spostamento del coltello mobile fra 300 e 2000.



Estensimetri ottici

Gli estensimetri ottici sono analoghi agli estensimetri meccanici a leva, solo che utilizzano leve ottiche e non meccaniche.

In questi estensimetri è presente uno specchio solidale al coltello mobile (braccio meccanico della leva) che per effetto della deformazione ruota attorno alla cerniera. Lo specchio riflette un raggio luminoso (braccio ottico della leva) che per la legge della riflessione **ruota di un angolo doppio**.

Le leve ottiche consentono rapporti di amplificazione più elevati delle leve meccaniche.

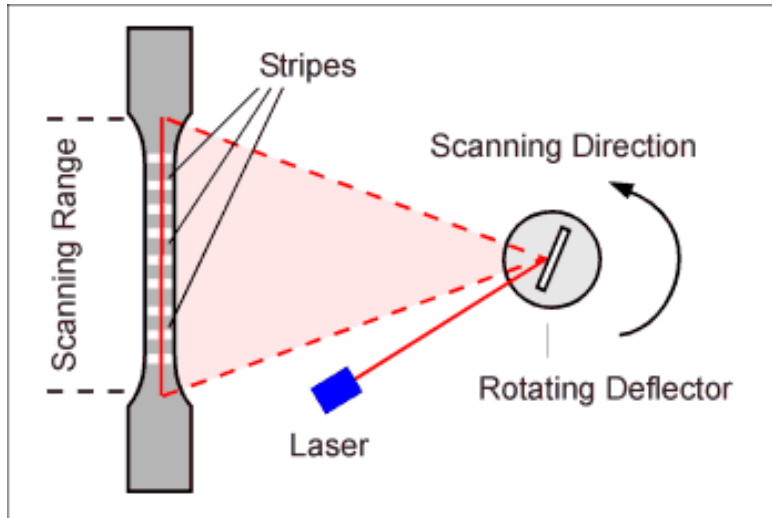
La base di misura è di solito compresa tra 50 e 200 mm.

Con l'estensometro di Martens si hanno risoluzione e fondo scala dell'ordine rispettivamente di $4 \mu\text{m/m}$ e $6000 \mu\text{m/m}$ (per la base di misura di 50 mm).

Nella figura a destra estensometro Martens con due specchi di misura le cui letture vengono mediate.

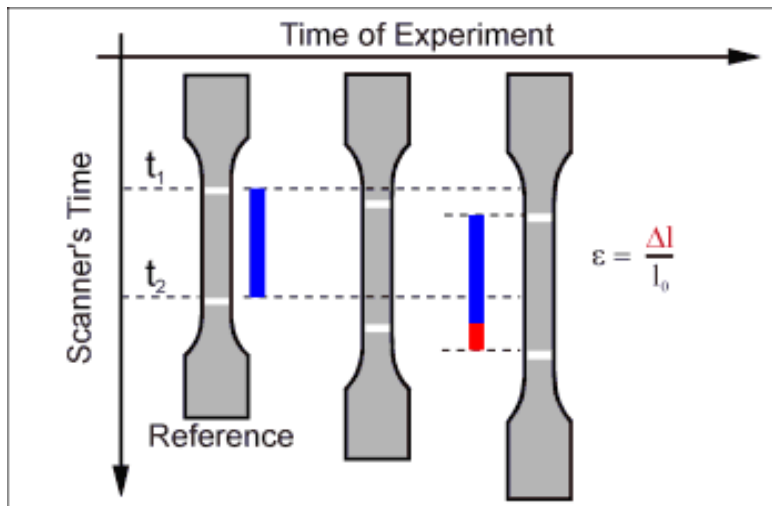


Estensometro Laser



Sono ormai gli estensometri più utilizzati nelle prove di trazione.

Si basa sullo scattering diffuso di una luce laser inviata su strisce adesive poste sul provino. La luce diffusa viene registrata mediante un apposito sensore laser che permette, mediante la conoscenza accurata della rotazione dello specchio, di ricostruire la posizione delle strisce durante la prova di trazione.



Caratteristiche desiderate in un estensimetro

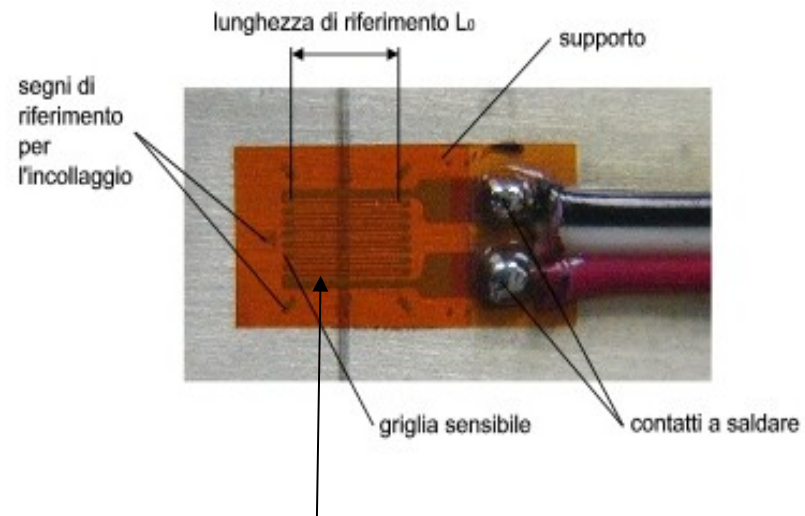
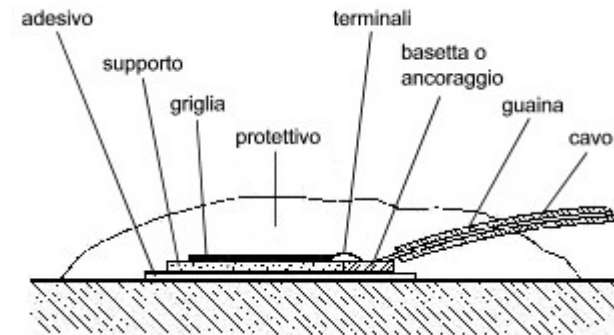
- la costante di taratura dell'estensimetro deve essere stabile e non variare nel tempo, per effetti termici od altri fattori ambientali;**
- deve misurare la deformazione locale e non quella media (quindi lo spostamento relativo tra due punti molto vicini);**
- deve avere una buona risposta in frequenza;**
- deve essere economicamente accessibile per permettere un largo impiego.**

Estensimetri elettrici a resistenza

Gli estensimetri elettrici a resistenza si basano sul principio fisico che **l'allungamento di un conduttore filiforme è proporzionale alla sua resistenza interna**

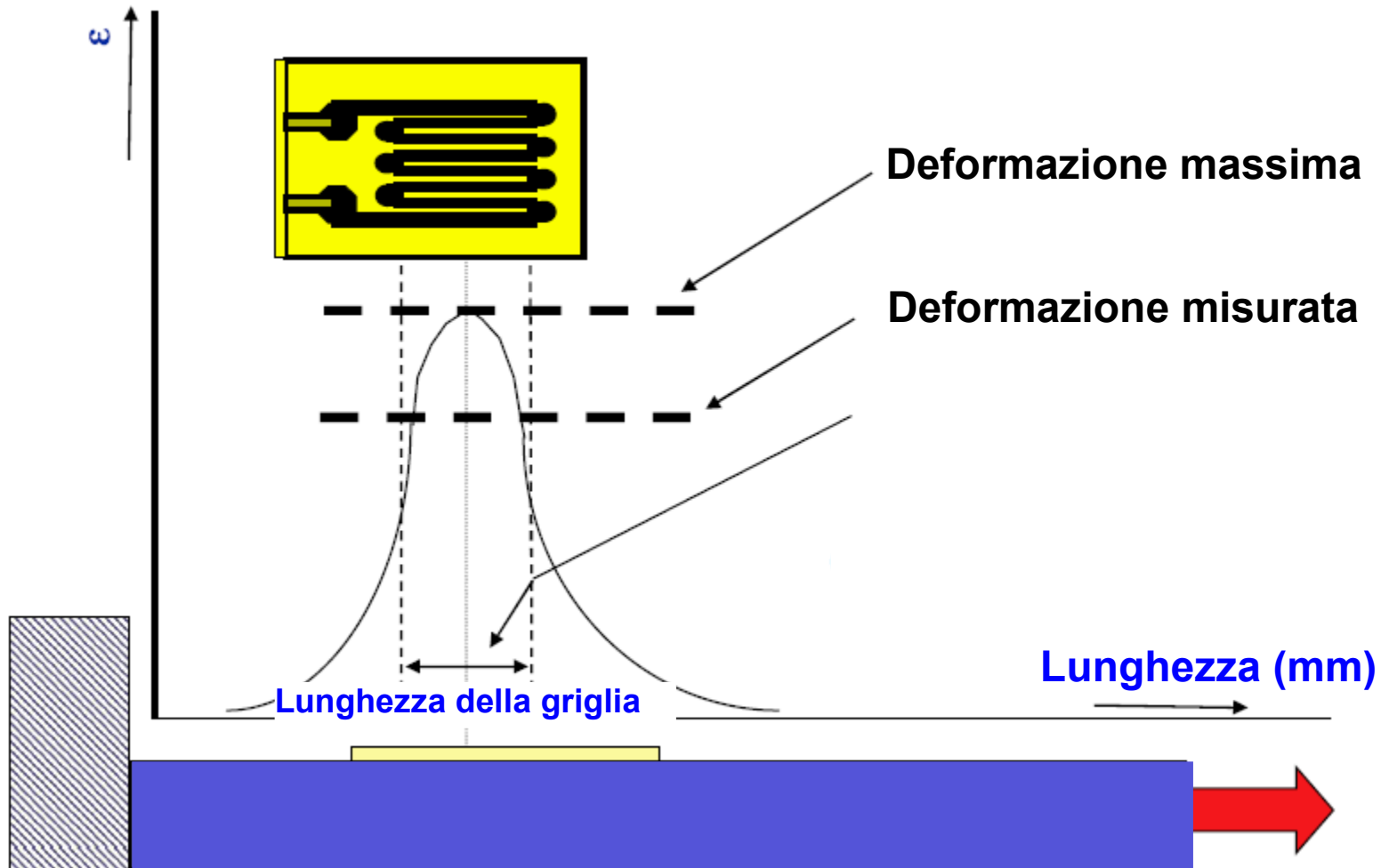
Gli estensimetri elettrici sono quindi costituiti da una o più griglie di conduttore filiforme disposti su un supporto che viene incollato al materiale da testare. L'estensimetro è ovviamente anche **isolato elettricamente** dal materiale sottostante

Una volta incollato l'estensimetro viene collegato al circuito di lettura e ricoperto di uno strato protettivo



griglia fotoincisa

L'estensimetro legge sempre una deformazione media relativa alla lunghezza della griglia

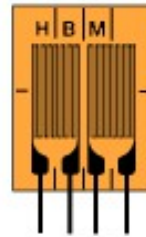


Configurazioni tipiche

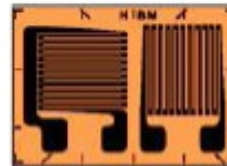
L Linear SG



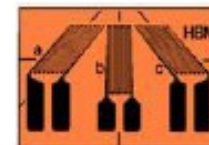
D Double SG



X Rosette with 2 meas. grids

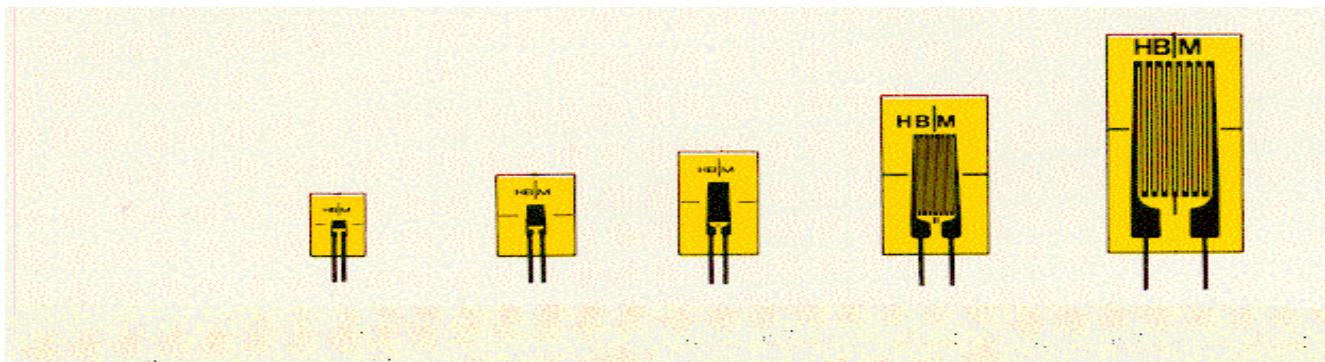


R Rosette with 3 meas. grids



Valori tipici

- resistenza nominale: $R = 120 \Omega, 350 \Omega$ tolleranza: $\pm 1\%$
- base: 0,6-200 mm



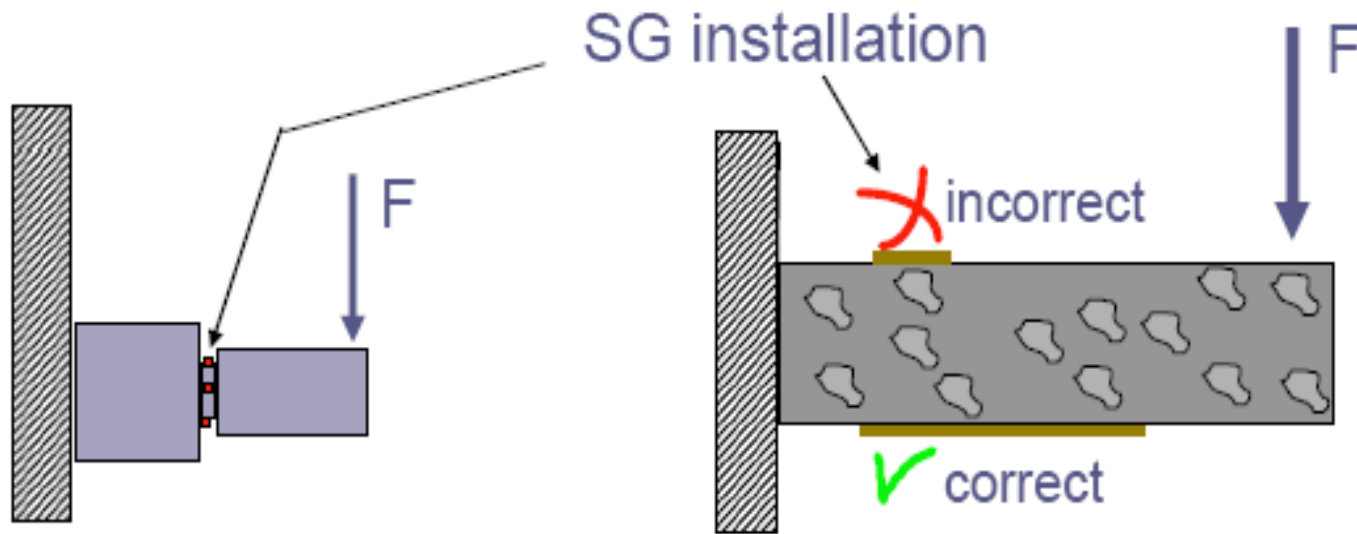
per acciaio 0,6/120 1,5/120 3/120 6/120 10/120 3/350 6/350 10/350

per alluminio 0,6/120 1,5/120 3/120 6/120 10/120 3/350 6/350 10/350



per acciaio 0,6/120 1,5/120 3/120 6/120

Come scegliere la lunghezza dell'estensimetro?



Se ho **elevati gradienti di deformazione** uso griglie di misura ridotta

Se ho materiali **poco omogenei** (materiali da costruzione) devo scegliere basi di misura elevate per avere un valore medio del comportamento del materiale

Altre Caratteristiche

	120 Ω	350 Ω
Corrente di alimentazione	Alta	Bassa
Autoriscaldamento	Alto	Basso
Sensibilità alla riduzione dell'isolamento	Bassa	Alta
Sensibilità all'Interferenza elettromagnetica	Bassa	Alta
Effetto di resistenze nella trasmissione (cavi,slipring...)	Alto	Basso

Legame tra deformazione e variazione di resistenza

Per un conduttore filiforme la resistenza vale:

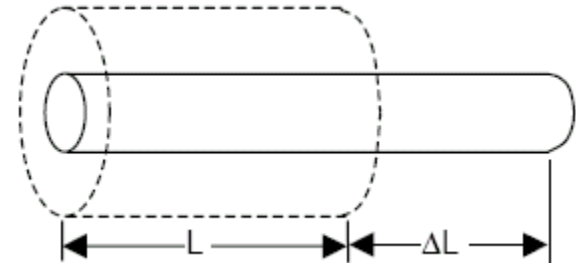
$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Dove l e' la lunghezza , A la sezione e ρ è la resistività elettrica del materiale

Esprimendo la variazione di resistenza relativa in funzione dei parametri si ha:

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{1}{R} \left(\frac{\delta R}{\delta \rho} (\delta \rho) + \frac{\delta R}{\delta l} (\delta l) + \frac{\delta R}{\delta A} (\delta A) \right)$$

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta l}{l} - \frac{\delta A}{A}$$



Rappresentando l'area mediante un fattore di forma C e un parametro caratteristico D si ha :

$$A = C D^2 \rightarrow \frac{\delta A}{A} = 2 \frac{C \delta D}{A} \rightarrow \frac{\delta A}{A} = 2 \frac{\delta D}{D}$$

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta l}{l} - 2 \frac{\delta D}{D}$$

Ricordando che nel caso elastico è possibile scrivere:

$$\epsilon_t = -\nu \epsilon_a \rightarrow \frac{\delta D}{D} = -\nu \frac{\delta l}{l}$$

quindi:

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta l}{l} - 2\left(-\nu \frac{\delta l}{l}\right) \longrightarrow \frac{\delta R}{R} = \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta l}{l}(1+2\nu)$$

sostituendo $\epsilon_a = \frac{\delta l}{l}$ Si ha $\frac{\delta R}{R} = \epsilon_a \frac{\delta \rho}{\rho \epsilon_a} + \epsilon_a(1+2\nu) = \epsilon_a \left(\frac{\delta \rho}{\rho \epsilon_a} + (1+2\nu) \right)$

Sensibilità dell'estensimetro
chiamata K o anche GF
(Gauge Factor)

1ª LEGGE FONDAMENTALE DELLA ESTENSIMETRIA

$$K = \frac{\delta R}{R} * \frac{1}{\epsilon_a} = \frac{\delta \rho}{\rho \epsilon_a} + (1+2\nu)$$

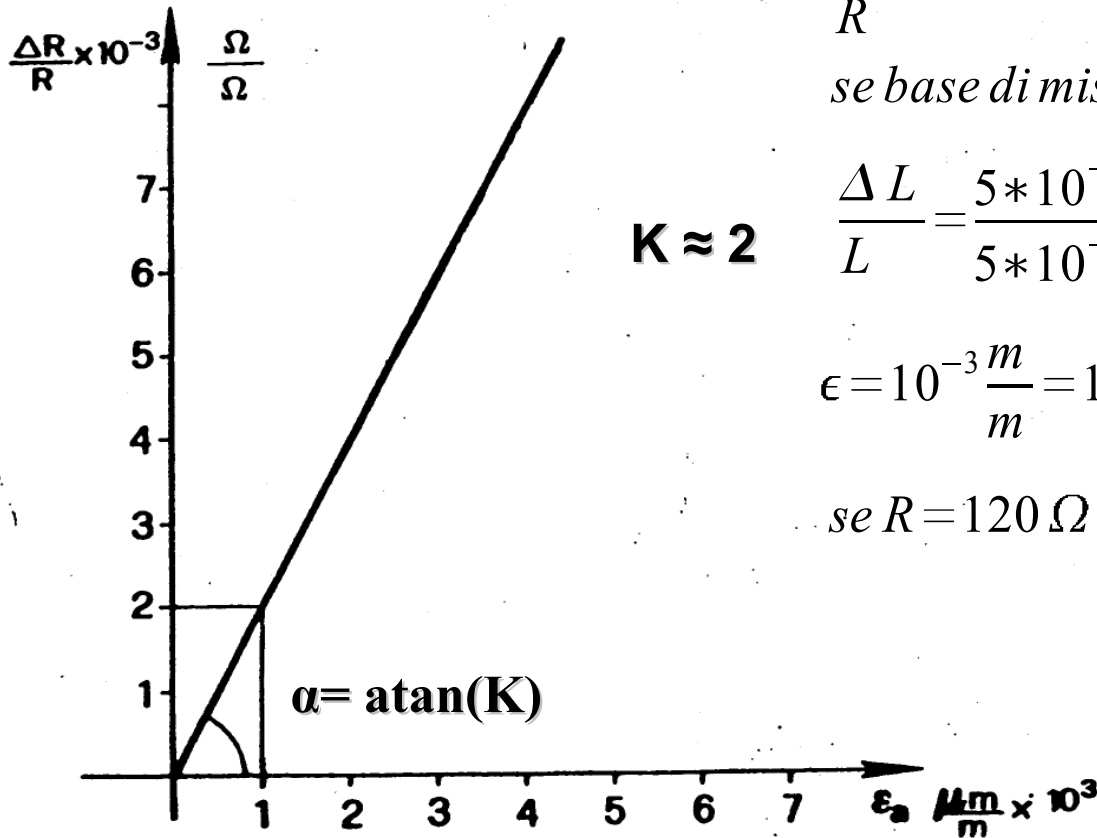
$\nu \approx 0.3$ per i metalli
quindi $1+2\nu \approx 1.6$

Sensibilità piezoresistiva

Sensibilità geometrica

Per estensimetri metallici è ≈ 0.4
Per estensimetri a semiconduttore
varia tra 100 e 1000

Caratteristica lineare di estensimetri assiali



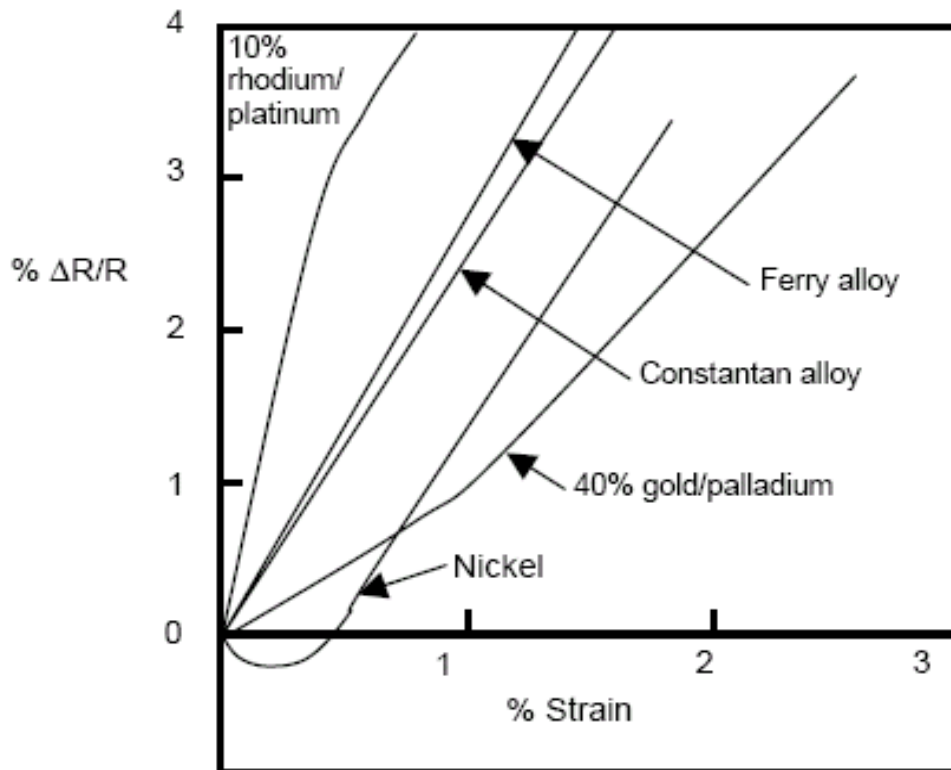
$$\frac{\Delta R}{R} = K \epsilon$$

se base di misura $L = 5 \text{ mm}$ e ho $\Delta L = 5 \mu m$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{5 * 10^{-6} m}{5 * 10^{-3} m}$$

$$\epsilon = 10^{-3} \frac{m}{m} = 10^3 \frac{\mu m}{m} \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = 2 * 10^{-3}$$

$$\text{se } R = 120 \Omega \Rightarrow \Delta R = 2 * 10^{-3} * 120 \Omega = 0.24 \Omega$$



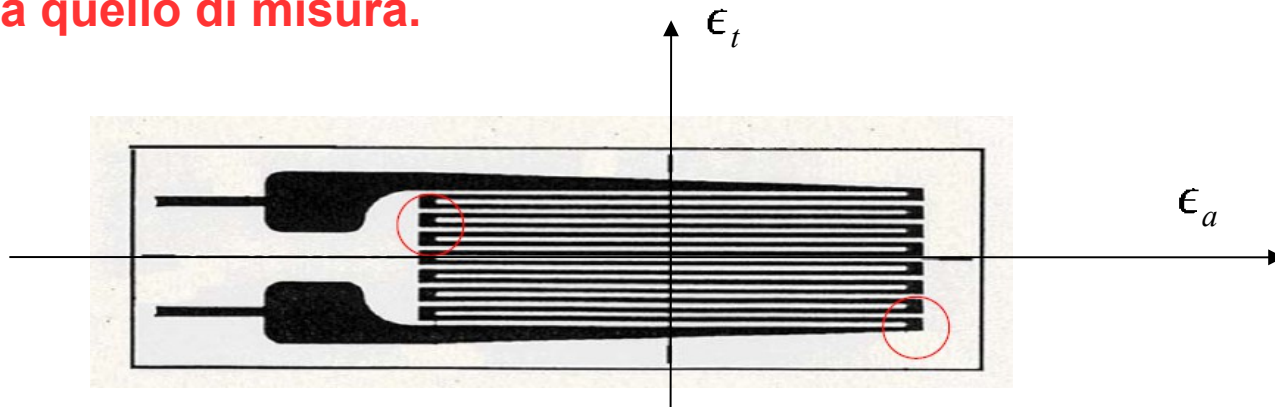
Material	Gage Factor (GF)		Ultimate Elongation (%)
	Low Strain	High Strain	
Copper	2.6	2.2	0.5
Constantan*	2.1	1.9	1.0
Nickel	-12	2.7	--
Platinum	6.1	2.4	0.4
Silver	2.9	2.4	0.8
40% gold/palladium	0.9	1.9	0.8
Semiconductor**	~100	~600	--

* similar to "Ferry" and "Advance" and "Copel" alloys.

** semiconductor gage factors depend highly on the level and kind of doping used.

Sensibilità trasversale

La relazione di ingresso per un estensimetro ideale non tiene conto del fatto che la griglia ha dei tratti di conduttore disposti in direzione ortogonale alla direzione di misura e che quindi **sono sensibili alla deformazione lungo l'asse ortogonale a quello di misura.**



Si può però notare che i tratti trasversali sono di lunghezza abbastanza limitata e quindi la loro influenza sulla variazione della resistenza si può pensare **limitata e spesso trascurabile**

E' comunque possibile adattare la formula trovata precedentemente mediante il coefficiente di sensibilità trasversale S_t

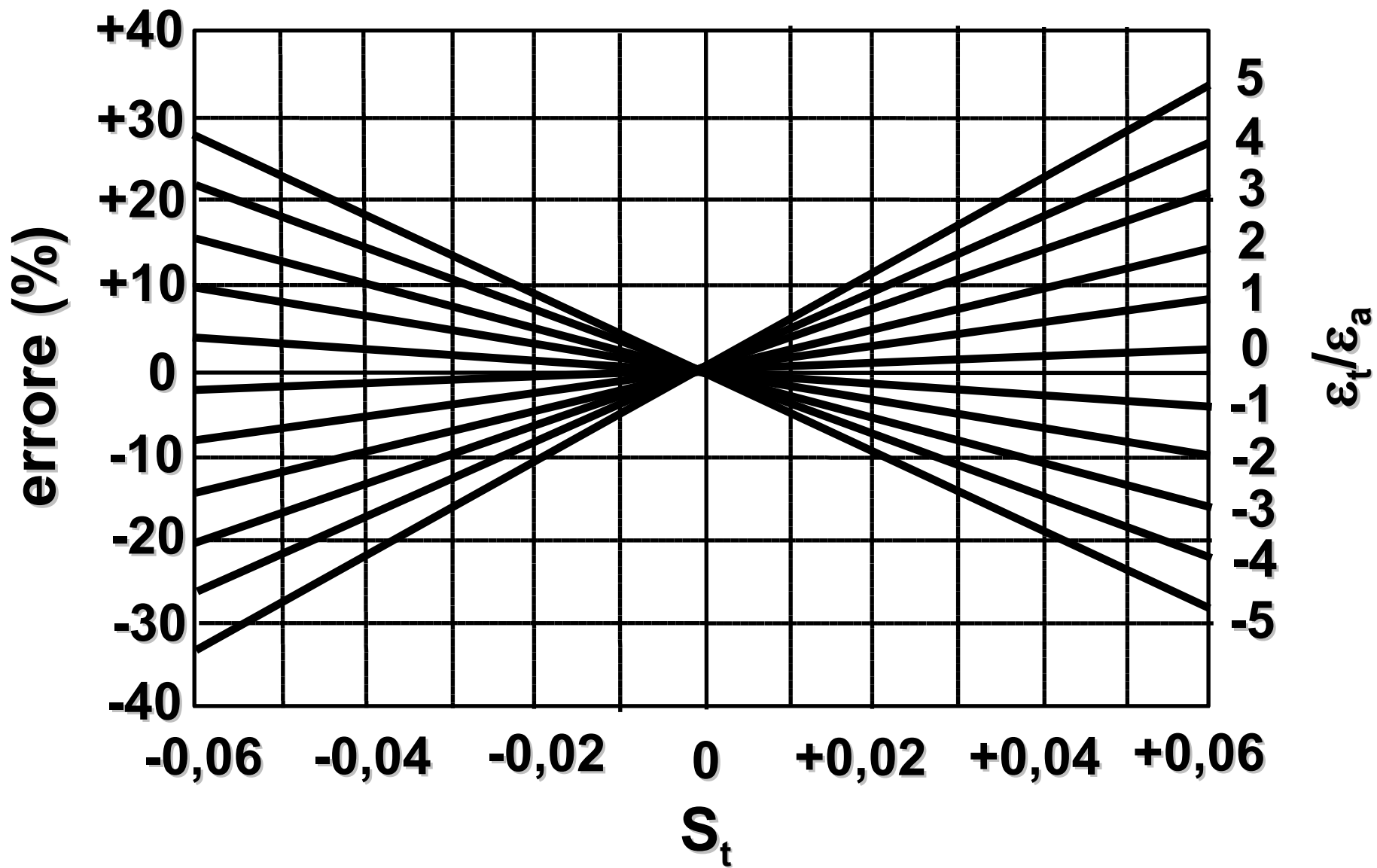
$$\frac{\Delta R}{R} = K \epsilon_a + K_t \epsilon_t$$

$$\frac{\Delta R}{R} = K (\epsilon_a + S_t \epsilon_t)$$

$$S_t = \frac{K_t}{K}$$

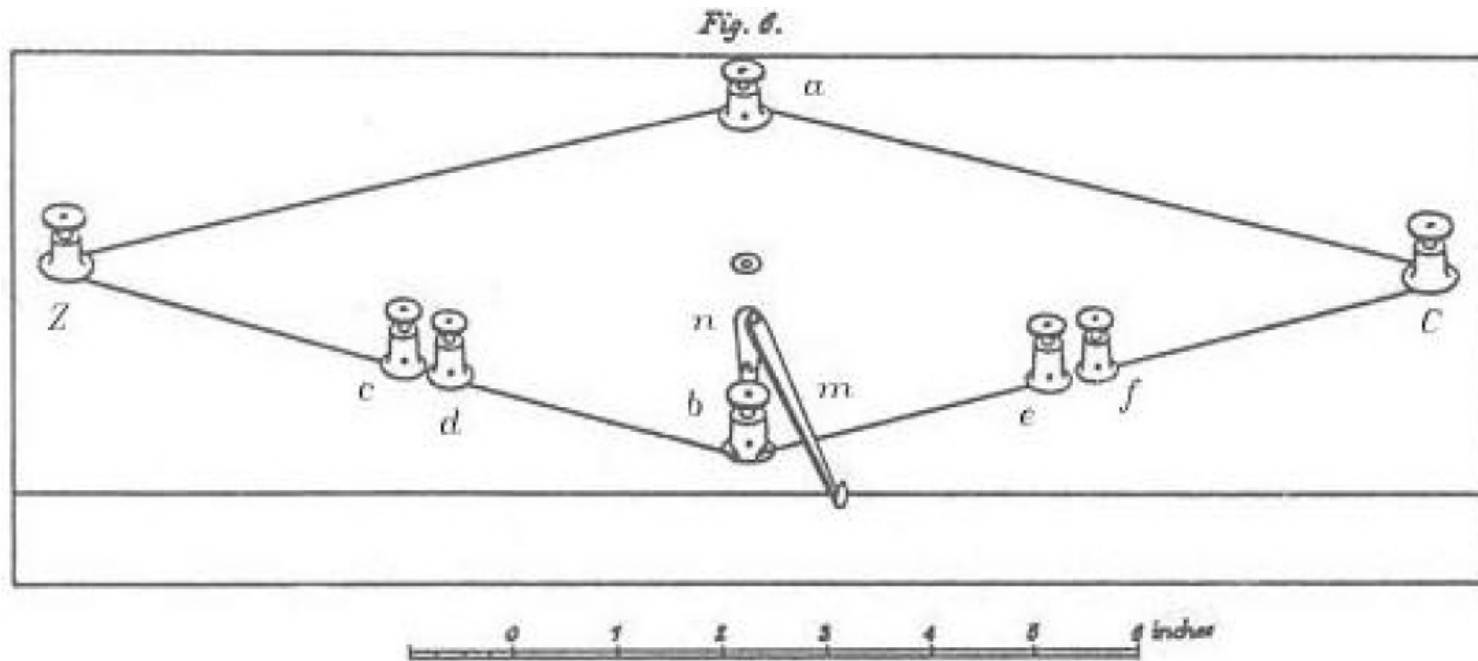
S_t in genere <1%

$$K^* = \frac{\Delta R}{R \epsilon_a} = K (1 - \nu S_t)$$



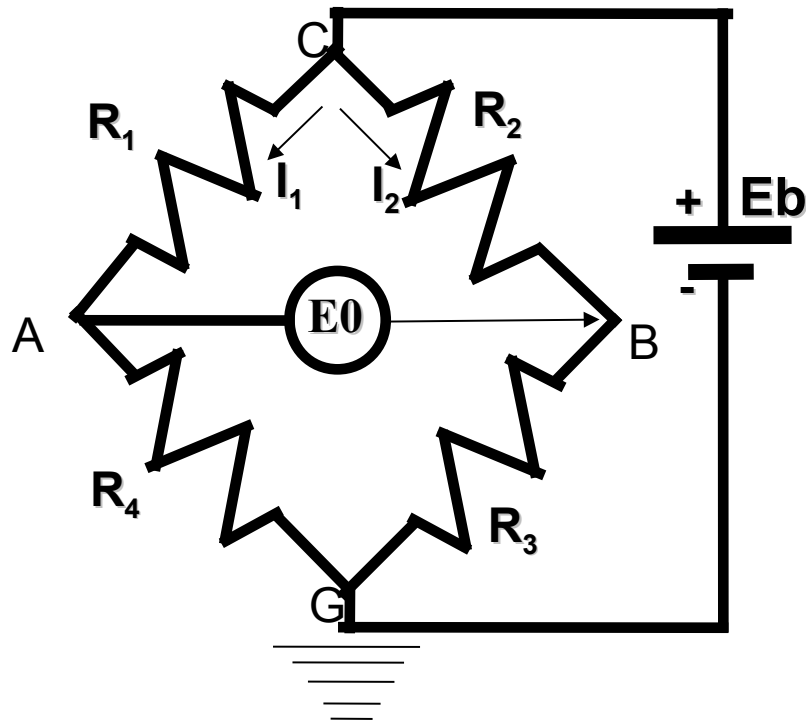
Lettura degli estensimetri

La resistenza degli estensimetri viene letta in un circuito a ponte di Wheastone



Schema originario (1843) del ponte di Wheastone

ponte di Wheastone



$$\begin{cases} -E_0 - R_2 I_2 + R_1 I_1 = 0 \\ E_b = (R_1 + R_4) I_1 \\ E_b = (R_2 + R_3) I_2 \end{cases}$$

Dal sistema si ottiene

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1 + R_4}{R_2 + R_3} \quad E_0 = R_1 I_1 - R_2 I_2$$

$$\frac{E_0}{E_b} = \frac{R_1 I_1}{(R_1 + R_4) I_1} - R_2 \frac{(R_1 + R_4) I_1}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4) I_1}$$

Che semplificando diventa

$$\frac{E_0}{E_b} = \frac{R_1}{(R_1 + R_4)} - \frac{R_2}{(R_2 + R_3)} \longrightarrow$$

$$\frac{E_0}{E_b} = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)}$$

ponte di Wheastone

Supponiamo che il ponte sia inizialmente azzerato

$$E_0 = R_1 R_3 - R_2 R_4 = 0$$

variamo ora la resistenza R1 di ΔR_1

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{(R_1 + \Delta R_1) R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + \Delta R_1 + R_4)(R_2 + R_3)} = \frac{\Delta R_1 R_3}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3) + \Delta R_1 (R_2 + R_3)}$$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{\Delta R_1 R_3}{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)} * \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1}{(R_1 + R_4)}}$$

sostituendo

$$\alpha = \frac{R_3}{(R_2 + R_3)} \quad e \quad R_m = R_1 + R_4$$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{\Delta R_1 \alpha}{(R_m)} * \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1}{(R_m)}}$$

Nelle ipotesi

$$\frac{\Delta R_1}{R_m} \text{ molto piccolo e } R_1 = R_2 = R_3 = R_4$$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{\Delta R_1 \alpha}{(R_m)} * \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1}{(R_m)}} \approx \frac{\Delta R_1 \alpha}{(R_m)} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta R_1}{2(R_1)} \approx \frac{1}{4} \frac{\Delta R_1}{(R_1)}$$

Quindi lo sbilanciamento del ponte è direttamente proporzionale alla variazione di resistenza

Utilizzando il principio di sovrapposizione degli effetti con la formula semplificata appena ricavata si può scrivere la più generale formula in cui tutte e quattro le resistenze possono variare

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

Ricordando

$$K \epsilon = \frac{\Delta R}{R}$$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4)$$

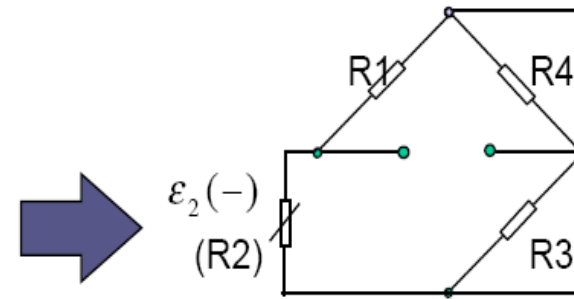
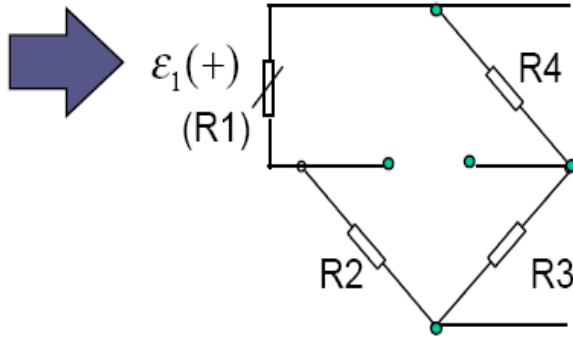
2^a LEGGE FONDAMENTALE DELLA ESTENSIMETRIA

Possiamo quindi collocare da 1 a 4 estensimetri in un ponte di Wheastone e conoscere la deformazione attraverso la lettura dello sbilanciamento del ponte

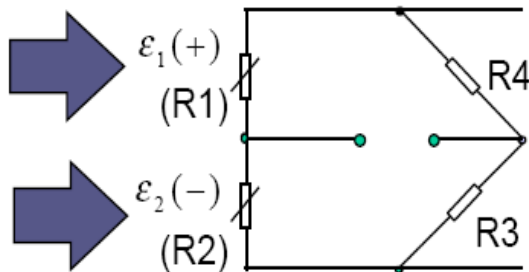
$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K(\epsilon_1)$$

Quarto di ponte

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx -\frac{1}{4} K(\epsilon_2)$$

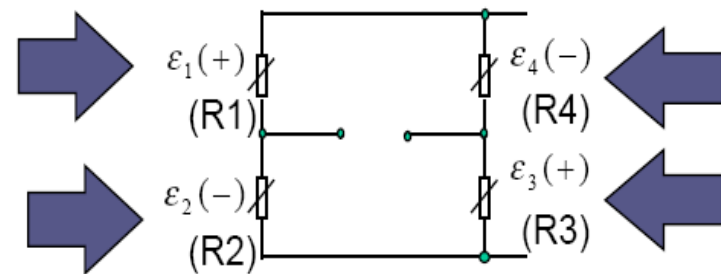


Mezzo ponte



$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K(\epsilon_1 - \epsilon_2)$$

Ponte Intero



$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4)$$

L'approssimazione

$$\frac{\Delta R_1 \alpha}{(R_m)} * \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1}{(R_m)}} \approx \frac{\Delta R_1 \alpha}{(R_m)} \quad \text{ovvero trascurare il termine} \quad \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1}{(R_m)}}$$

Si ritiene valido se $\frac{1}{1 + \frac{\Delta R_1}{(R_m)}} \rightarrow 1$

Generalmente si accetta :

$$\frac{\Delta R_1}{(R_m)} < 1 \% \Rightarrow \frac{\Delta R_1}{(R_m)} < 10 * 10^{-3} \quad \text{Quindi}$$

$$k \frac{\epsilon}{2} = \frac{\Delta R_1}{(2 R_1)} < 10 * 10^{-3} \Rightarrow \epsilon < \frac{1}{k} * 20 * 10^{-3} \frac{m}{m} \Rightarrow \epsilon < 10 * 10^3 \frac{\mu m}{m}$$

Oltre a questo valore bisogna tenere conto dell'errore di non linearità

Effetti della temperatura nelle misure di deformazione con estensimetri elettrici

Coefficiente poisson
materiale griglia

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \longrightarrow \quad K = \frac{\Delta R / R}{\varepsilon} = 1 + \overset{-}{2\nu} + \frac{d\rho / \rho}{\varepsilon} \quad \longrightarrow$$

Termine che tiene conto delle variazioni specifiche di resistività del materiale (termine piezoresistivo)

La temperatura costituisce un ingresso di disturbo sia interferente che modificante nelle misure di deformazione tramite estensimetri elettrici

ingresso di disturbo di natura interferente:

provoca variazioni dirette della resistenza facendo variare

- ➔ resistività del filo
- ➔ lunghezza della griglia a causa delle dilatazioni differenziali fra griglia e materiale su cui l'estensimetro è incollato
- ➔ resistenza dei cavi di collegamento tra i lati del ponte

ingresso di disturbo di natura modificante:

- ➔ connesso alla dipendenza del termine piezoresistivo dalla temperatura

Effetti della temperatura nelle misure di deformazione con estensimetri elettrici a resistenza (EFFETTO INTERFERENTE)

Data una variazione di temperatura $\Delta T = T - T_0$ si possono calcolare le variazioni di resistenza dell'estensimetro.

1) La variazione di resistività risulta pari a:

$$\rho_T - \rho_0 = \rho_0 \alpha_p \Delta T$$

Ove ρ_0 è la resistività alla temperatura di riferimento e α_p è il coefficiente termico per la resistività

La variazione di resistenza sarà allora pari a:

$$\Delta R_\rho = R_\rho(T) - R_\rho(T_0) = R_0 \alpha_p \Delta T$$

2) l'estensimetro subisce una deformazione Δl a causa della differenza tra il coefficiente di dilatazione del materiale su cui è incollato l'estensimetro α_m e quello del materiale di cui è costituita la griglia α_g :

$$\Delta l = l(\alpha_m - \alpha_g) \Delta T$$

Per la definizione di deformazione e del fattore di taratura degli estensimetri si potrà scrivere

$$\frac{\Delta l}{l} = (\alpha_m - \alpha_g) \Delta T = \epsilon_{\Delta T} \xrightarrow{\frac{\Delta R}{R} = K \cdot \epsilon} \frac{\Delta R}{R_0} = K (\alpha_m - \alpha_g) \Delta T$$

$$\Delta R = R_0 K (\alpha_m - \alpha_g) \Delta T$$

Combinando ora i due effetti

$$\Delta R_{\Delta T} = \Delta R_p + \Delta R = R_0 \alpha_p \Delta T + R_0 K (\alpha_m - \alpha_g) \Delta T = \Delta T (R_0 \alpha_p + R_0 K (\alpha_m - \alpha_g))$$

$$\frac{\Delta R_{\Delta T}}{R_0} = \Delta T (\alpha_p + K (\alpha_m - \alpha_g))$$

Quindi scegliendo opportunamente i coefficienti di dilatazione termica dell'estensimetro e della griglia si può compensare la variazione di resistività (autocompensazione) e ridurre l'effetto interferente

$$(\alpha_p + K (\alpha_m - \alpha_g)) \rightarrow 0$$

Esempio

Si calcoli la deformazione fittizia dovuta all'ingresso interferente di temperatura in un estensimetro con $K=2.055$ con $\alpha_g=15 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ incollato su acciaio ($\alpha_m=11 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) per una variazione di temperatura di 5°C dalla temperatura di taratura. Si sappia che il coefficiente di temperatura della resistività elettrica $\alpha_p=20 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

$$\frac{\Delta R_{\Delta T}}{R_0} = \Delta T (\alpha_p + K (\alpha_m - \alpha_g)) = 5 (20 \cdot 10^{-6} + 2.055 (11 \cdot 10^{-6} - 15 \cdot 10^{-6}))$$

$$\frac{\Delta R_{\Delta T}}{R_0} = 5 (20 \cdot 10^{-6} - 8.21 \cdot 10^{-6}) = 5.89 \cdot 10^{-5} \frac{m}{m} = 58.9 \frac{\mu m}{m}$$

Disturbo dell'ordine del
6 % di una misura di 1000
 $\mu\text{m}/\text{m}$

Effetti della temperatura nelle misure di deformazione con estensimetri elettrici a resistenza (EFFETTO MODIFICANTE)

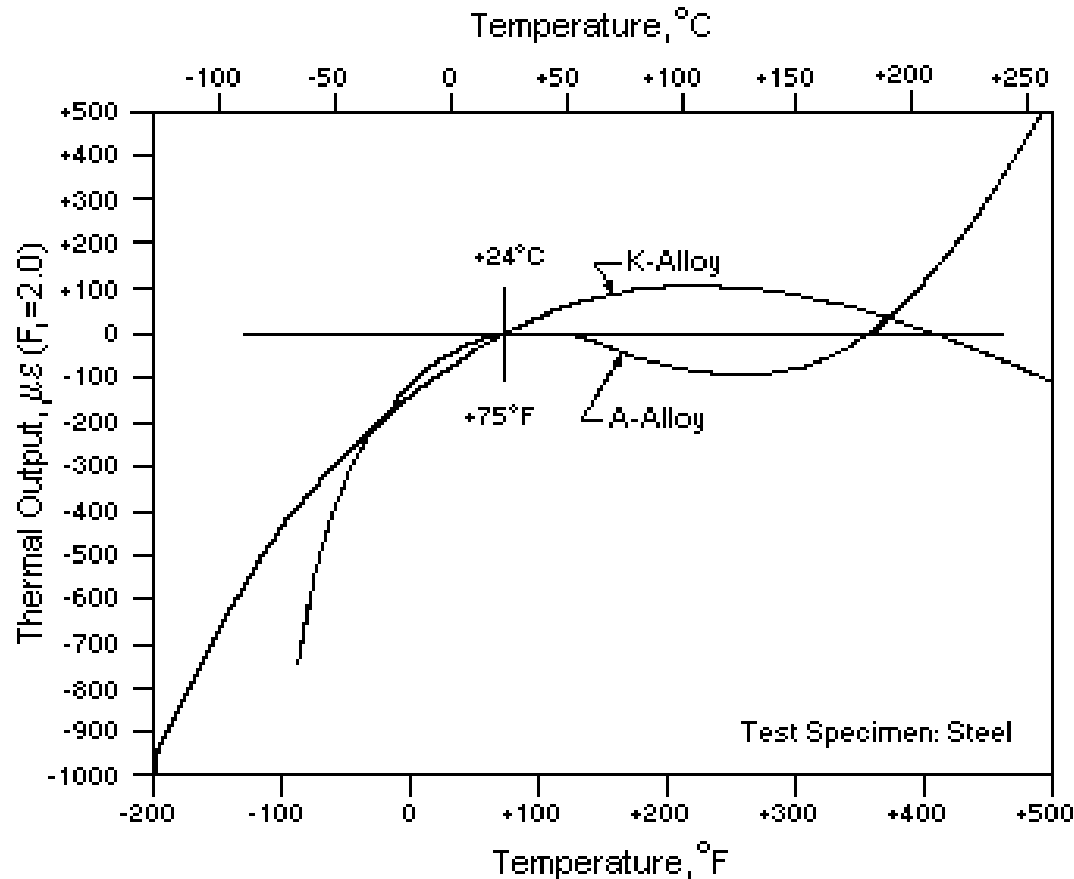
L'effetto modificante è connesso alla dipendenza dalla temperatura del termine piezoresistivo che compare nella formula del fattore di taratura K.

I materiali comunemente adottati per gli estensimetri elettrici a resistenza, e in particolare la costantana, manifestano un ridotto contributo piezoresistivo al fattore di taratura, di conseguenza anche l'effetto modificante non ha rilevanza nell'impiego a temperatura ambiente, in particolare indicata con $t_{amb}=24\text{ }^{\circ}\text{C}$ per un campo di temperature compreso in $\pm 25^{\circ}\text{C}$ rispetto t_{amb} , l'eventuale correzione da apportare al fattore di taratura è minore del 0.5% e quindi **solitamente dello stesso ordine di grandezza dell'incertezza con cui è noto tale parametro**.

L'impiego di estensimetri elettrici in campi di temperatura esterni all'intervallo indicato richiede la correzione del fattore di taratura per mezzo di appositi diagrammi forniti dal costruttore dell'estensimetro.

$$K(T) = K(24^{\circ}\text{C})(1 - \beta(T - 24^{\circ}\text{C}))$$

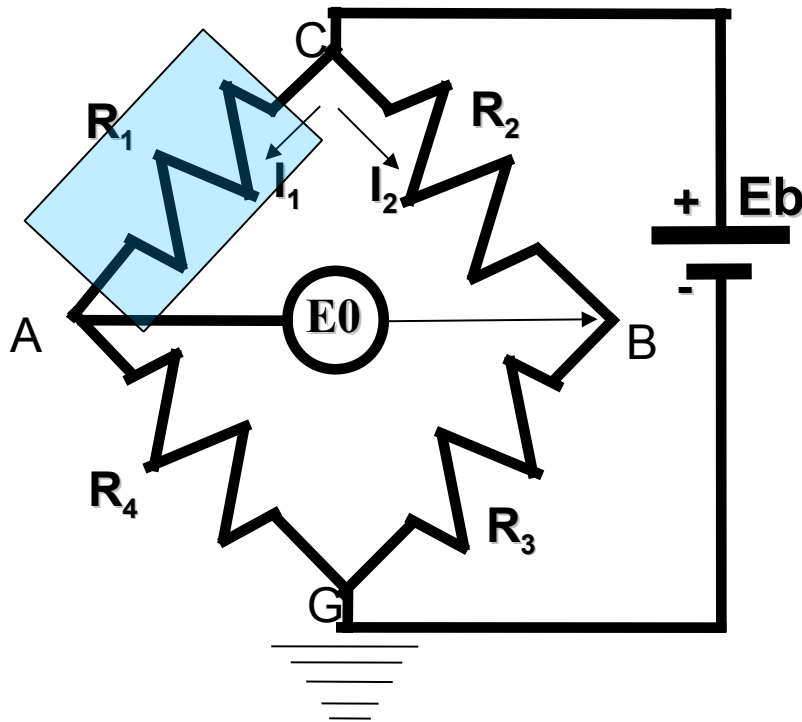
Tipica variazione dell'uscita di zero di estensimetri autocompensanti in costantana (A-alloy) e Karma(K-alloy)



Siccome per gli estensimetri l'autocompensazione non è efficace se non nell'intorno della condizione nominale gli effetti termici vengono ridotti mediante opportuni accorgimenti sulla configurazione del ponte di Wheastone

Copenzazione degli effetti della temperatura nella lettura del ponte di Wheastone

Quarto di ponte



Si supponga di avere un solo estensimetro(resistenza variaibile R_1) e che le altre resistenze del ponte siano costanti

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_1)$$

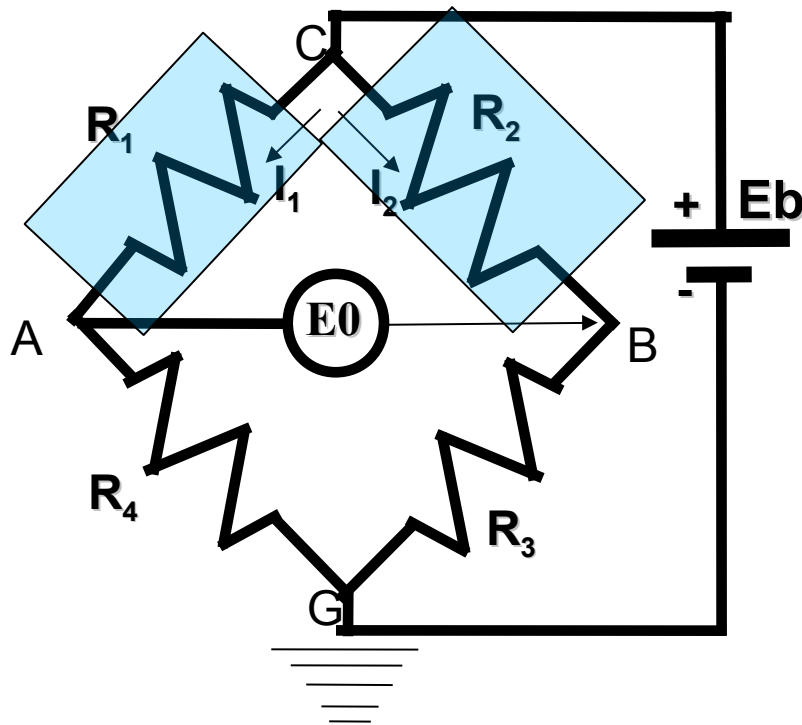
$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_{1a} + \epsilon_{1\Delta T})$$

Lo sbilanciamento sarà dato dalla trasduzione del segnale desiderato (ϵ_{1a}) e del segnale interferente di temperatura ($\epsilon_{1\Delta T}$)

Nella configurazione a quarto di ponte non c'e' compensazione

Copenzazione degli effetti della temperatura nella lettura del ponte di Wheastone

Mezzo ponte



Nella configurazione a mezzo ponte c'e' compensazione

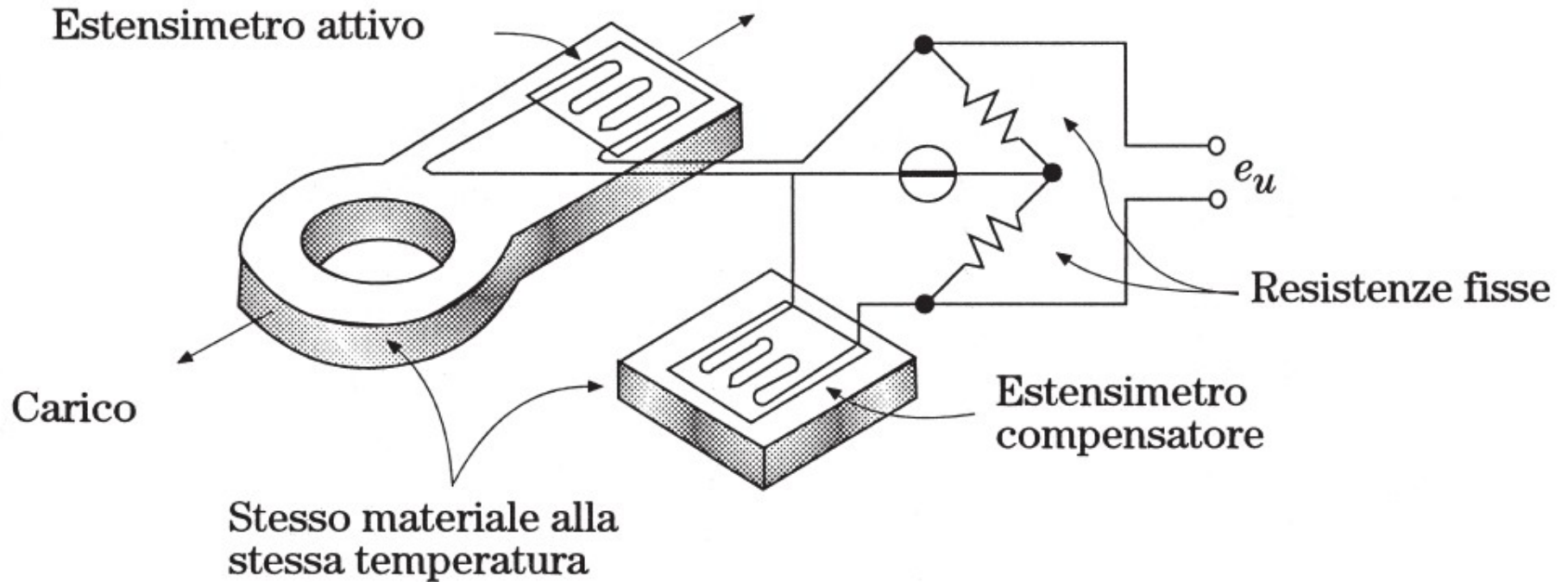
Si supponga di avere due estensimetri(resistenze variabili R_1 e R_2) e che le altre resistenze del ponte siano costanti e si supponga che l'estensimetro R_2 non sia soggetto alla condizione di carico ma sia incollato sullo stesso materiale e sia alla stessa temperatura di R_1

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_2)$$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_{1a} + \epsilon_{1\Delta T} - \epsilon_{2\Delta T})$$

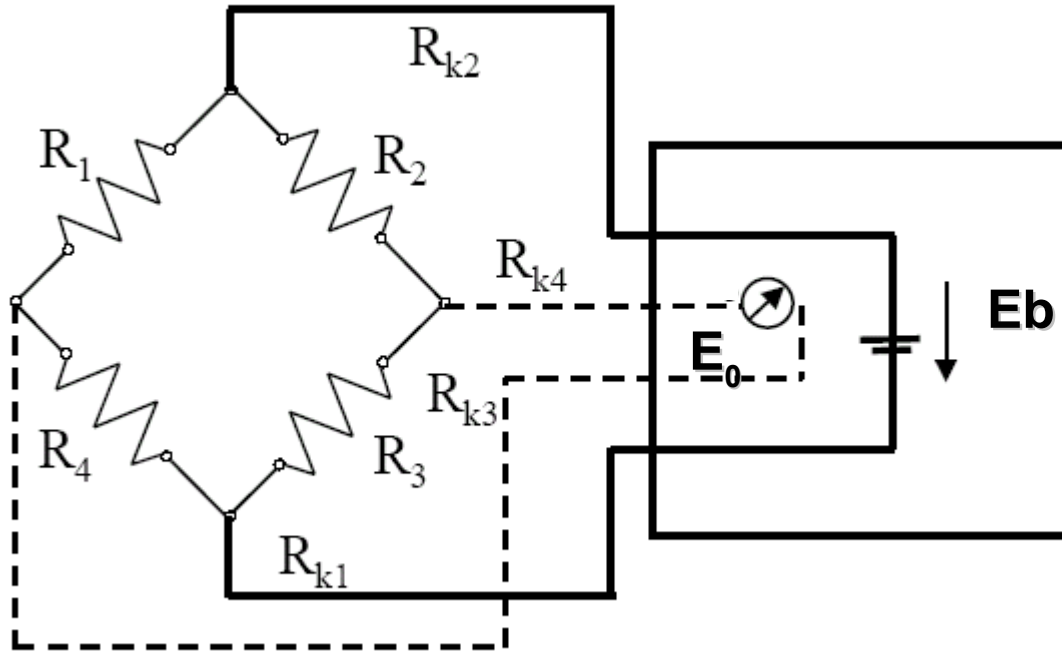
$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_{1a})$$

Estensimetro compensatore



Effetti dei cavi lunghi nella lettura del ponte di Wheastone

Ponte intero



Le resistenze R_{k1} e R_{k2} influiscono nel voltaggio di alimentazione del ponte (il ponte “vede” un voltaggio più basso di E_b) mentre R_{k3} e R_{k4} non influenzano la lettura perche' l'impedenza del Voltmetro è molto più elevata della resistenza dei cavi.

Effetti dei cavi lunghi nella lettura del ponte di Wheastone

Chiamando R_p la resistenza equivalente del ponte “vista” dal generatore di tensione E_b

$$I = \frac{E_b}{(R_p + R_{k1} + R_{k2})}$$

La tensione effettivamente applicata al ponte sarà:

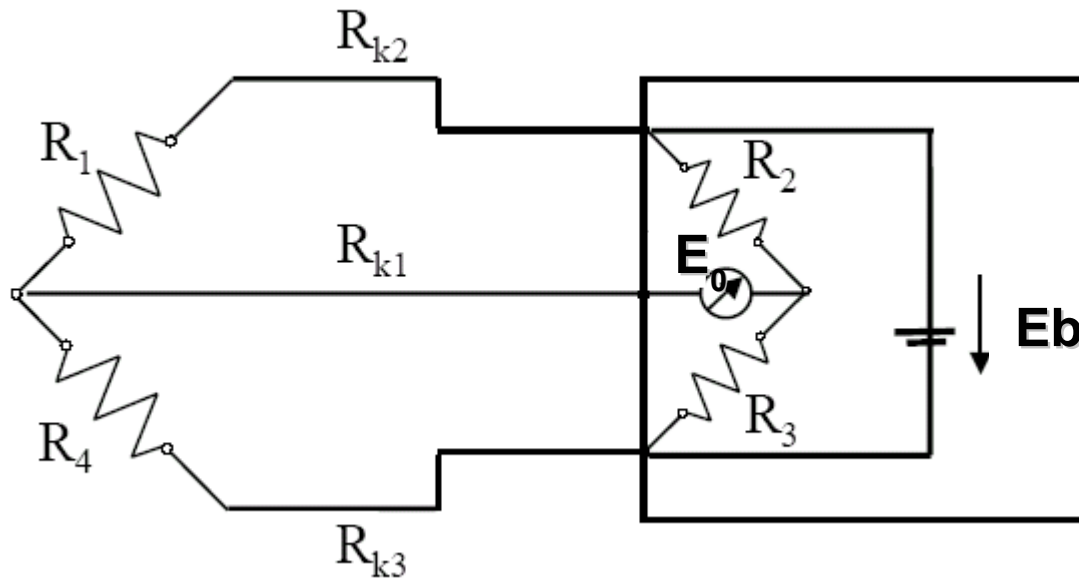
$$E_b^* = E_b \frac{R_p}{(R_p + R_{k1} + R_{k2})}$$

La conseguente lettura:

$$\frac{\Delta E_0}{E_b^*} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4) \rightarrow \frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4) \frac{R_p}{(R_p + R_{k1} + R_{k2})}$$

Effetti dei cavi lunghi nella lettura del ponte di Wheastone

Semi ponte



adesso R_{k2} e R_{k3} sono **interne al ponte** e vanno direttamente a influenzare la **sensibilità** del ponte. Se si ipotizza $R_{k2} = R_{k3} = R_k$ e $R_1 = R_4 = R$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1 + R_{k2}} - \frac{\Delta R_4}{R_4 + R_{k3}} \right) = \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_4) \frac{R}{(R + R_k)}$$

Effetti dei cavi lunghi nella lettura del ponte di Wheastone

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_4) \frac{R}{(R + R_k)} = \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_4) \frac{1}{(1 + \frac{R_k}{R})} = \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_4) \frac{(1 - \frac{R_k}{R})}{(1 + \frac{R_k}{R})(1 - \frac{R_k}{R})}$$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_1 - \epsilon_4) (1 - \frac{R_k}{R})$$

Esempio:

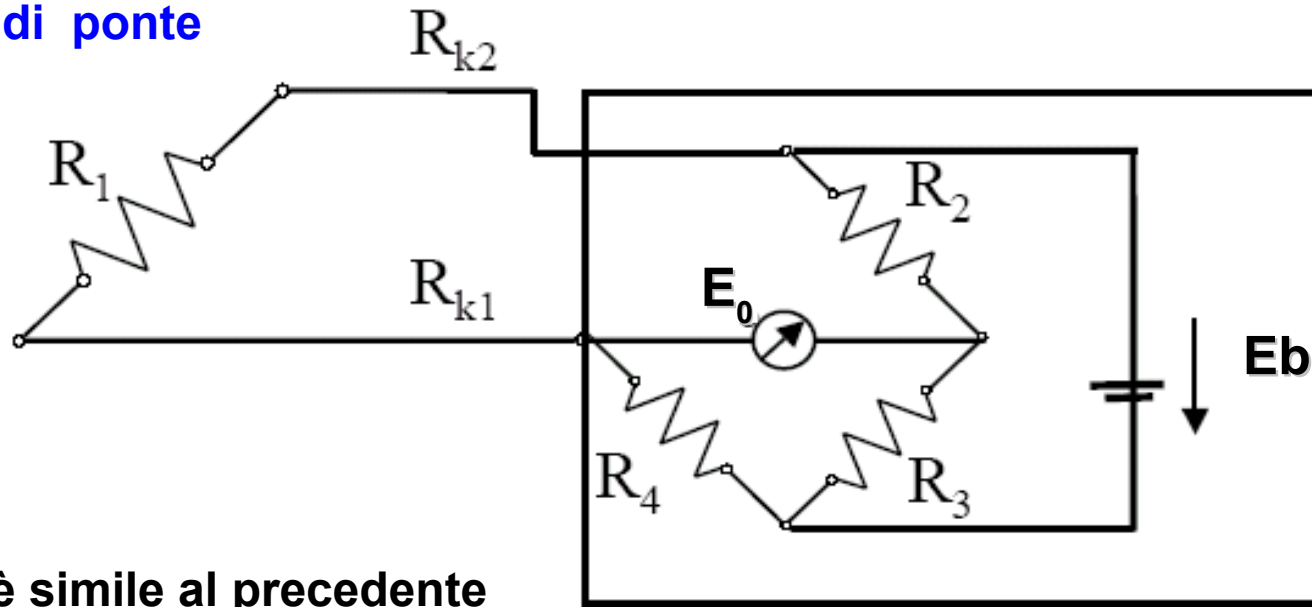
un conduttore di rame di 10m sezione 0.5 mm² ha una resistenza R_k=0.35Ω. Considerando un estensimetro da 120Ω si ha:

$$\frac{(1 - \frac{R_k}{R})}{(1 + \frac{R_k}{R})(1 - \frac{R_k}{R})} = \frac{(1 - \frac{0.35}{120})}{(1 + \frac{0.35}{120})(1 - \frac{0.35}{120})} = 0.99709$$

$$(1 - \frac{R_k}{R}) = (1 - \frac{0.35}{120}) = 0.99708$$

Effetti dei cavi lunghi nella lettura del ponte di Wheastone

Quarto di ponte



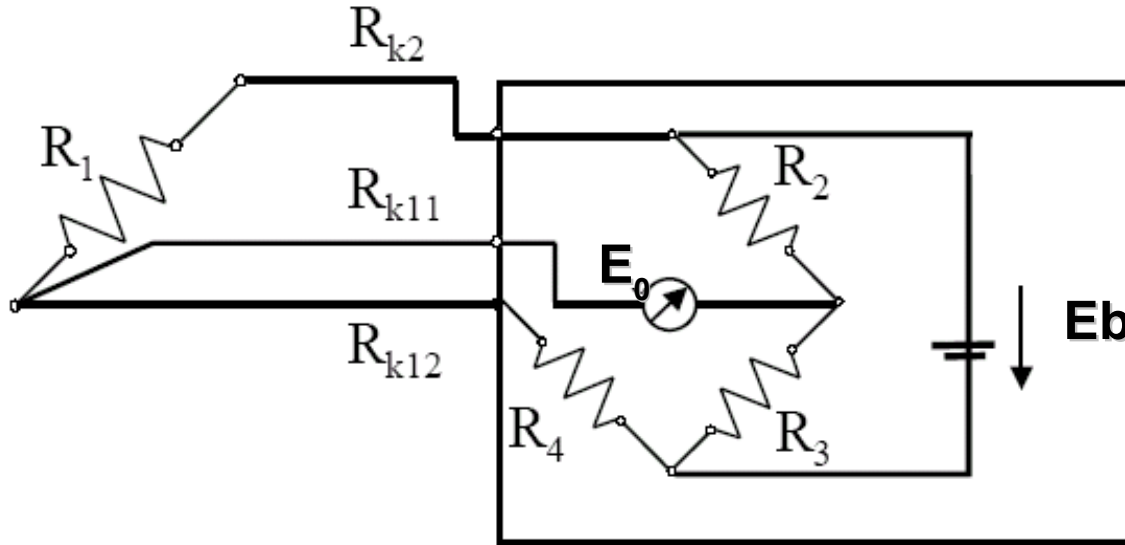
Il caso è simile al precedente

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{1}{4} K(\epsilon_1) \frac{R}{(R + 2R_k)} = \frac{1}{4} K(\epsilon_1) \frac{1}{\left(1 + \frac{2R_k}{R}\right)}$$

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} = \frac{1}{4} K(\epsilon_1) \frac{\left(1 - \frac{2R_k}{R}\right)}{\left(1 + \frac{2R_k}{R}\right)\left(1 - \frac{2R_k}{R}\right)} \approx \frac{1}{4} K(\epsilon_1) \left(1 - \frac{2R_k}{R}\right)$$

Effetti dei cavi lunghi nella lettura del ponte di Wheastone

Quarto di ponte con terzo cavo



Il terzo cavo e' necessario perche' nella configurazione precedente a un quarto di ponte **non vi e' compensazione di temperatura per i cavi elettrici** perche' sono entrambi dalla stessa parte del ponte

Utilizzando il terzo cavo R_{k11} il cavo R_{k12} compensa in temperatura il cavo R_{k2} perche è su un ramo contiguo del ponte

Ovviamente anche in questo caso R_{k2} diminuisce la sensibilità del ponte:

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} K (\epsilon_1) \left(1 - \frac{R_k}{R}\right)$$

Effetti della temperatura nei cavi lunghi del ponte di Wheastone

I cavi di collegamento tra i vari lati del ponte possono, talvolta, essere lunghi anche diversi metri di conseguenza una variazione di temperatura ne determina una variazione di resistenza che conduce ad uno sbilanciamento del ponte di Wheatstone con la possibilità di interpretare tale sbilanciamento come causato da una deformazione rilevata dagli estensimetri.

Il coefficiente di temperatura per la resistività del metallo base della griglia è di norma modesto (ad es. per la costantana $\alpha_g = 20 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) mentre per il rame tale valore è circa pari a $4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ e quindi variazioni di temperatura sono di un fattore 1000 più cospicue.

Esempio

Un conduttore lungo 10m, di sezione 0.5 mm^2 , la sua resistenza è di circa 0.35Ω , per una variazione di $5 \text{ }^\circ\text{C}$ la corrispondente variazione di resistenza diventa:

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha_{rame} \Delta t = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 5 = 2 \cdot 10^{-2} \quad \longrightarrow \quad \Delta R = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 0.35 = 7 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Cui corrisponde, assumendo che tale conduttore sia collegato all'estensimetro in esame, una deformazione apparente di:

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta R}{R \cdot K} = \frac{7 \cdot 10^{-3}}{120 \cdot 2.055} = 28.4 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$$

Disturbo dell'ordine del 3% di una misura di 1000 $\mu\text{m}/\text{m}$

Come si è visto questo genere di disturbo è comunque eliminabile con la connessione a 3 fili.

Effetti dei cavi lunghi nella lettura del ponte di Wheastone

Quindi in tutte le configurazioni precedentemente analizzate la presenza di cavi lunghi determina:

- ➔ **Disturbo modificante:** Variazione della sensibilità del ponte
- ➔ **Disturbo interferente:** dovuto a eventuali variazioni di temperatura dei cavi lunghi (**compensato** nel ponte intero, mezzo ponte e quarto di ponte con 3 fili, **non compensato** nel quarto di ponte senza terzo filo)

Isolamento elettrico dell'estensimetro

Come detto in precedenza è di fondamentale importanza che il supporto dell'estensimetro e il collante sottostante **fungano efficacemente da isolante elettrico** in modo da non mettere in parallelo per il circuito di lettura il segnale desiderato (resistenza dell'estensimetro) con una resistenza esterna.

La resistenza di isolamento verso terra deve essere almeno dell'ordine di migliaia di MΩ.

Considerando R la resistenza dell'estensimetro e Ri la resistenza di isolamento si ha una variazione fittizia della resistenza R pari a

Parallelo delle resistenze

$$\Delta R = \frac{R * R_i}{R + R_i} - R = -\frac{R}{1 + \frac{R_i}{R}} \quad \text{se } R = 120 \Omega \text{ e } R_i = 1 M \Omega$$

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{1}{1 + \frac{R_i}{R}} = -\frac{1}{1 + \frac{10^6}{120}} = -\frac{1}{8.33 * 10^3} = -1.19 * 10^{-4}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta R}{R} = -5.99 * 10^{-5} \frac{m}{m} = -59.9 \frac{\mu m}{m}$$

Disturbo dell'ordine dello 6 % di una misura di 1000 μm/m

-59.9 μm/m

Aumentando la resistenza di isolamento a 1000 MΩ si ha:

$$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{1}{1 + \frac{R_i}{R}} = -\frac{1}{1 + \frac{10^9}{120}} = -\frac{1}{8.33 * 10^6} = -1.19 * 10^{-7}$$

$$\epsilon = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{K} = -5.99 * 10^{-8} \frac{m}{m} = -0.0599 \frac{\mu m}{m}$$

**Disturbo dell'ordine dello
0.006 % di una misura di
1000 μm/m
TRASCURABILE**

Estensimetri elettrici a semiconduttore (chiamati anche piezoresistori)

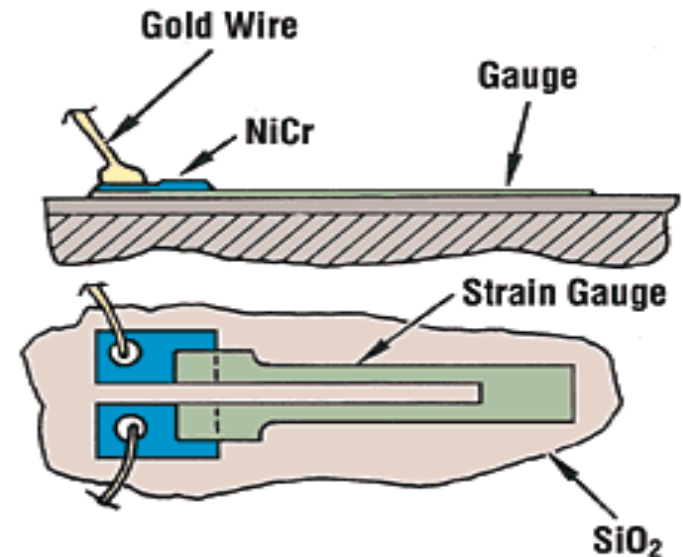
Questi estensimetri invece da una griglia di fili sono costituiti da una lamina di semiconduttore di tipo N o di tipo P (dipendentemente dal drogaggio eseguito).

Hanno **elevatissima sensibilità piezoresistiva** e quindi in generale più elevata sensibilità degli estensimetri a filo, ma hanno come svantaggio una **elevata sensibilità alla temperatura e una elevata fragilità meccanica**.

E' generalmente possibile esprimere la variazione della resistenza con legge polinomiale

$$\frac{\Delta R}{R} = C_1 \epsilon + C_2 \epsilon^2 + C_3 \epsilon^3$$

I coefficienti C_1, C_2, C_3 dipendono dalla temperatura



Utilizzo degli estensimetri per la misura di deformazione in applicazioni caratteristiche

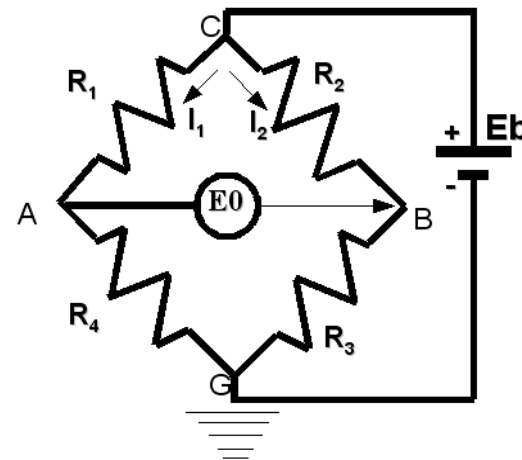
Vengono ora presentate alcune applicazioni “classiche” degli estensimetri per la determinazione di stati di deformazione.

Si ricordi sempre che per un ponte di Wheastone nelle due ipotesi di: **comportamento linearizzabile (variazione relativa delle reistenze <1%) e ponte inizialmente equilibrato** vale che :

➡ **Variazioni di resistenza su rami contigui del ponte si sottraggono**

➡ **Variazioni di resistenza su rami opposti del ponte si sommano**

$$\frac{\Delta E_0}{E_b} \approx \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$



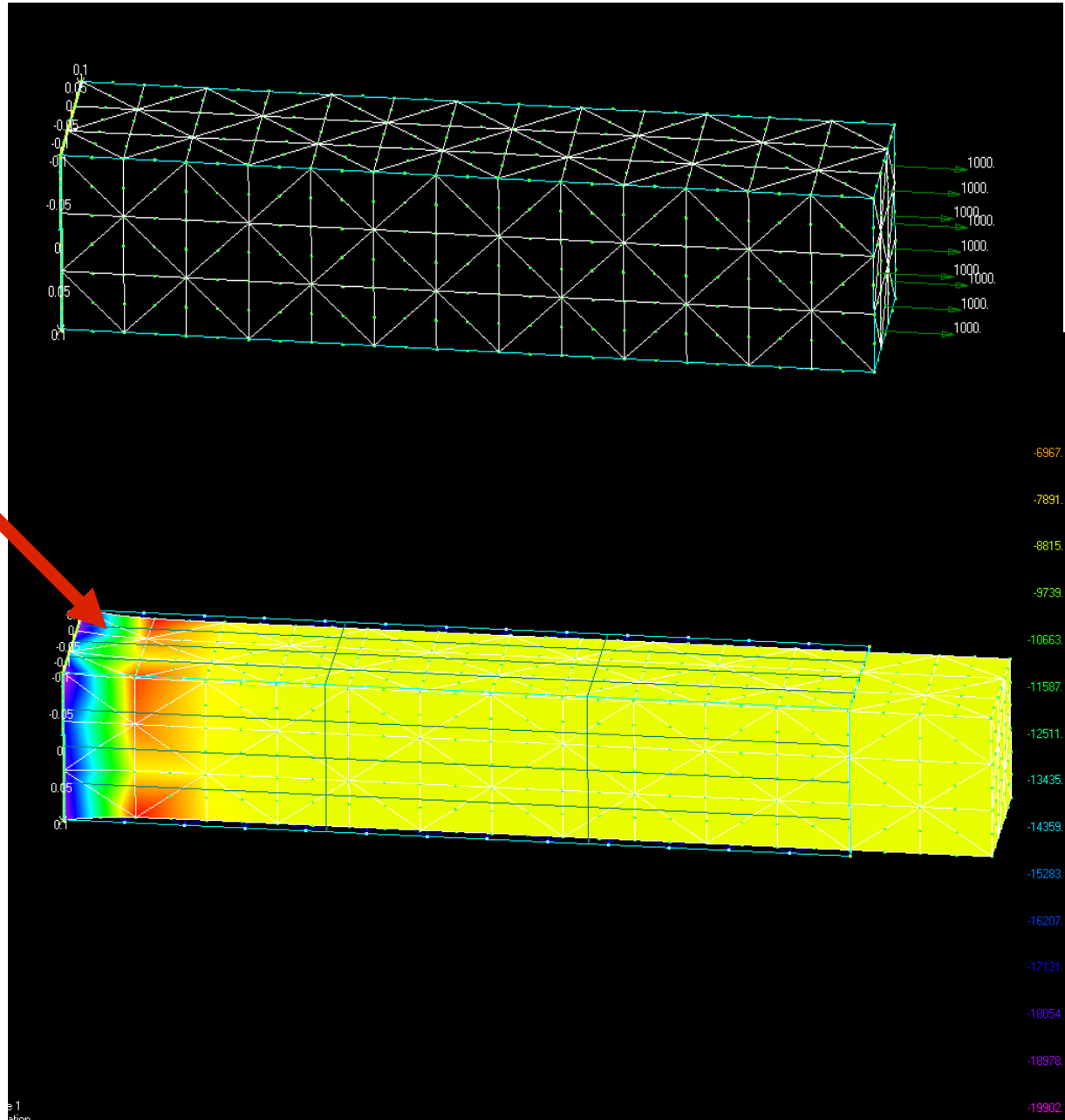
Sollecitazione normale

Asta soggetta a trazione e incernierata a sinistra

Non incollare qui!

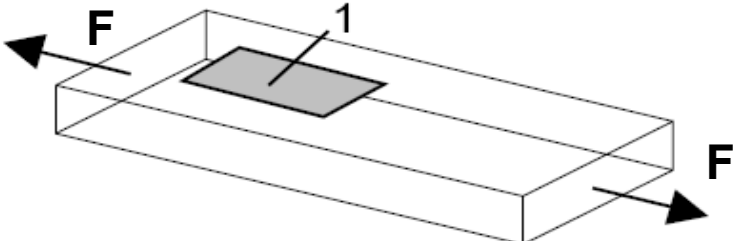
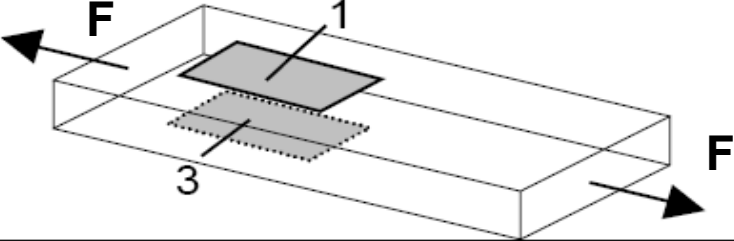
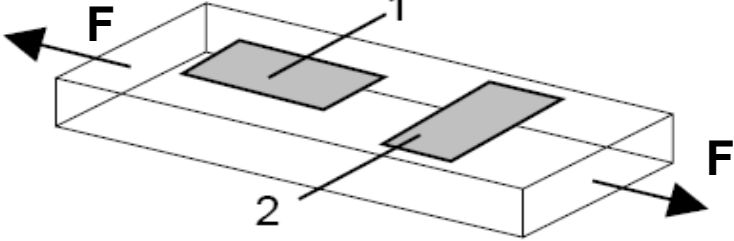
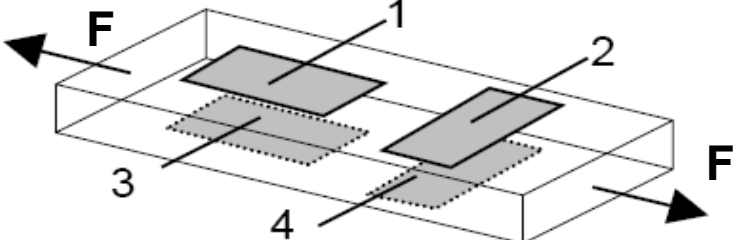
$$\sigma_x = cost = \frac{F}{A}$$

$$\epsilon_x = cost = \frac{\sigma_x}{E}$$



Dinamometro assiale

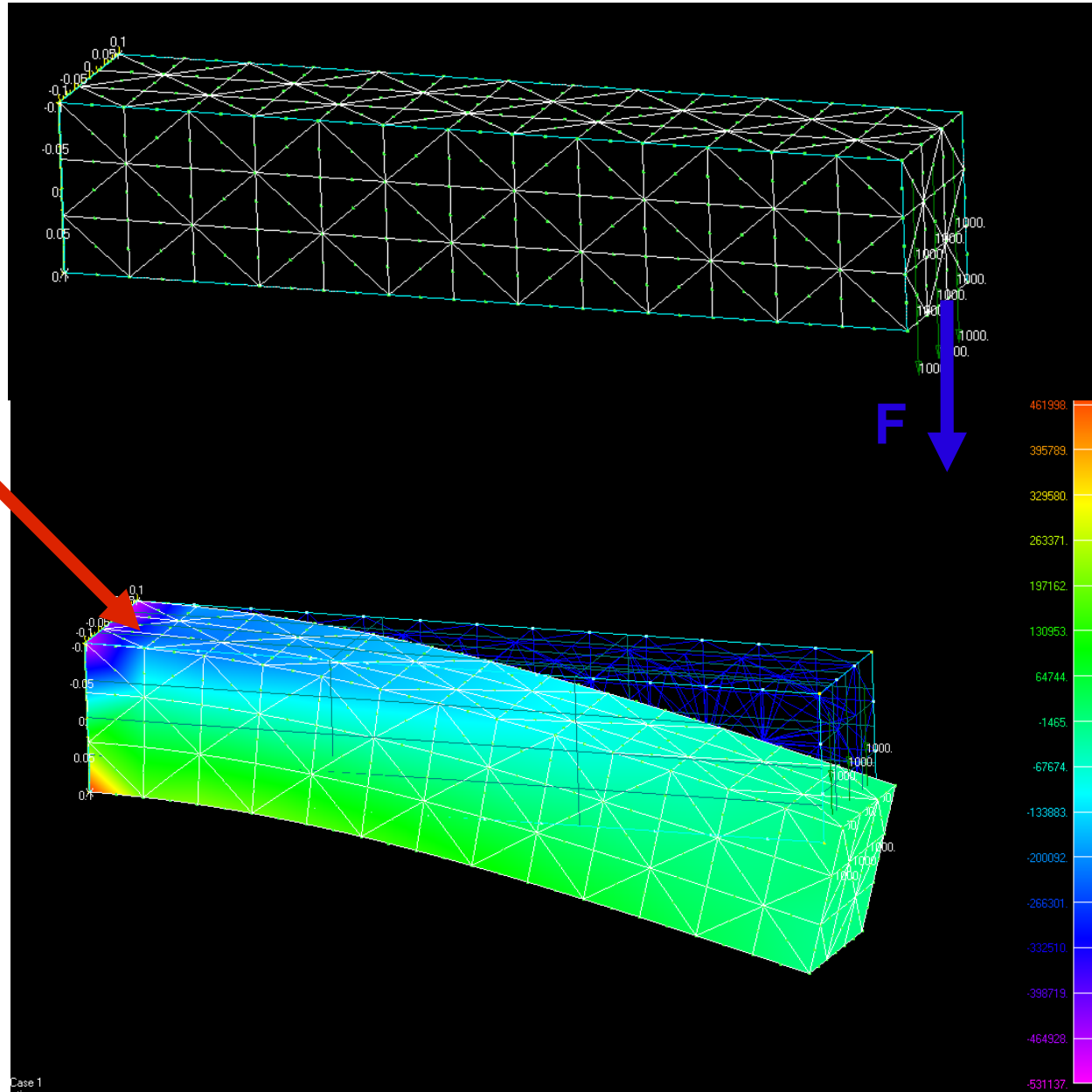
$$sensibilità = \frac{\Delta E_0}{F} = \frac{1}{4} G^* \frac{K E_b F}{EA}$$

G*	Disposizione degli estensimetri	
1		Nessuna compensazione termica
2		sensibilità elevata ma nessuna compensazione termica
(1+v)		compensazione termica
2(1+v)		sensibilità massima, compensazione termica

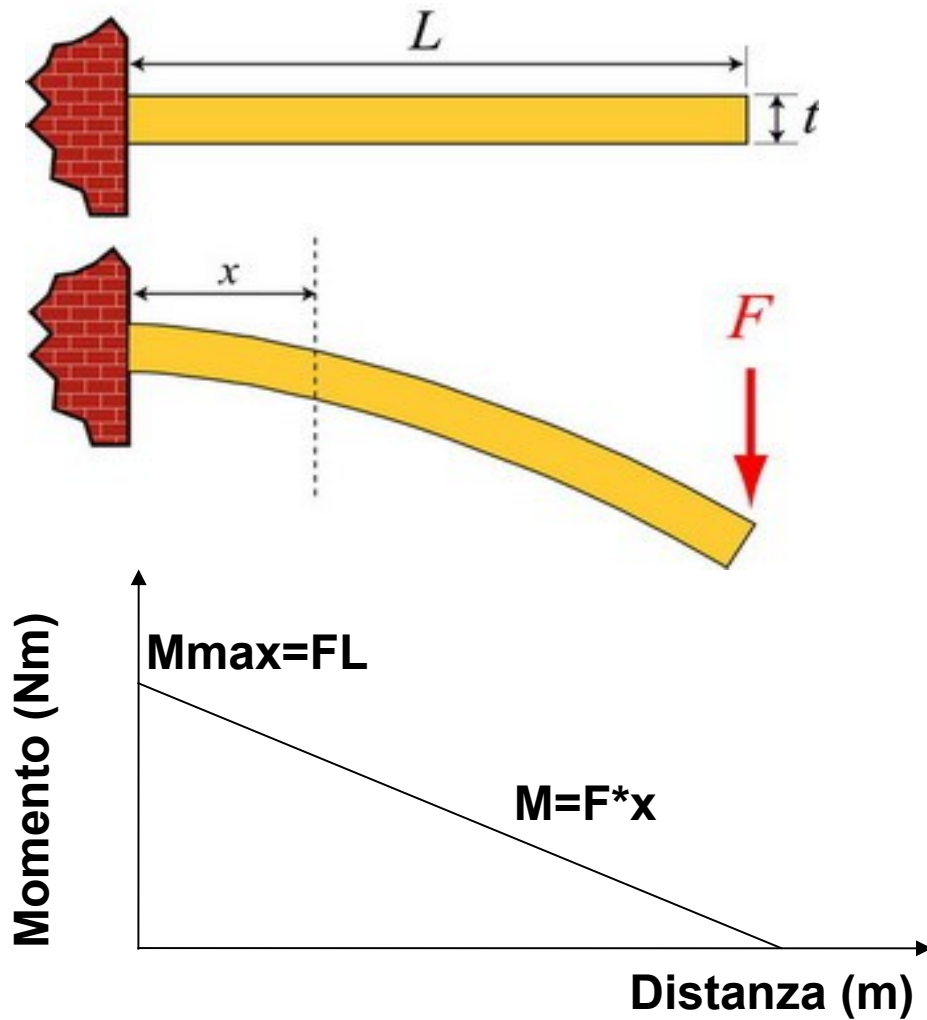
Flessione retta

Asta soggetta a flessione retta e incernierata a sinistra

Non incollare qui!



La tensione è legata al **momento flettente** applicato in ogni singola sezione



La tensione in ogni singola sezione ha forma a farfalla, è possibile individuare in ogni sezione un asse neutro che delimita le due zone in cui il materiale e' in compressione e trazione. **Lo stato di tensione è proporzionale alla distanza dall'asse neutro**

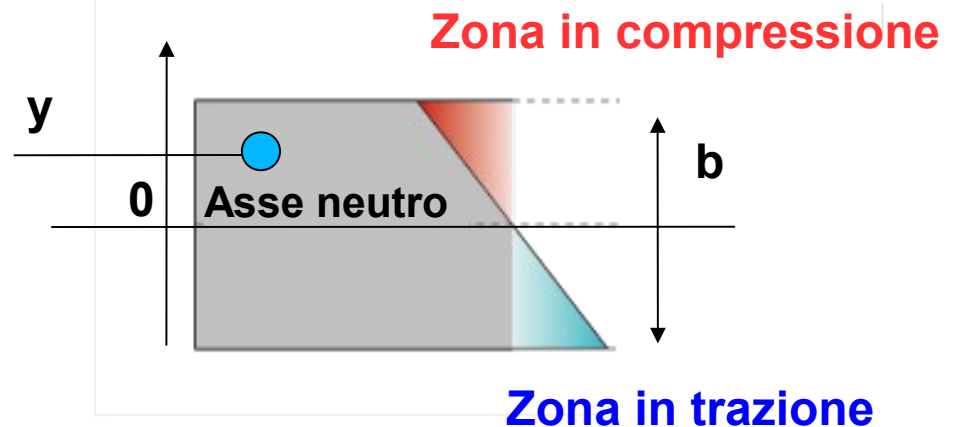
$$\sigma_x = \frac{M}{I} y$$

Per una sezione rettangolare

$$I = \frac{a b^3}{12}$$

$$\sigma_x = \frac{F * L * 12}{a b^3} y$$

$$\sigma_{xmax} = \frac{F * L * 12}{a b^3} \frac{b}{2} = \frac{6 Fl}{a b^2}$$



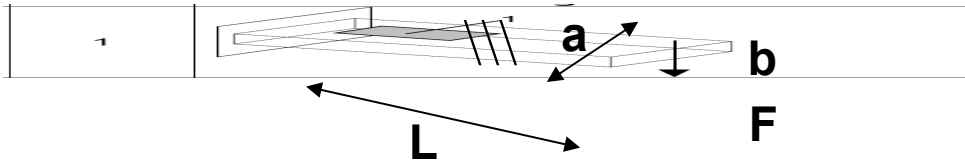
La deformazione ha lo stesso andamento della tensione ed e' scalata mediante il modulo di Young

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \Rightarrow \epsilon_{xmax} = \frac{6 Fl}{a b^2 E}$$

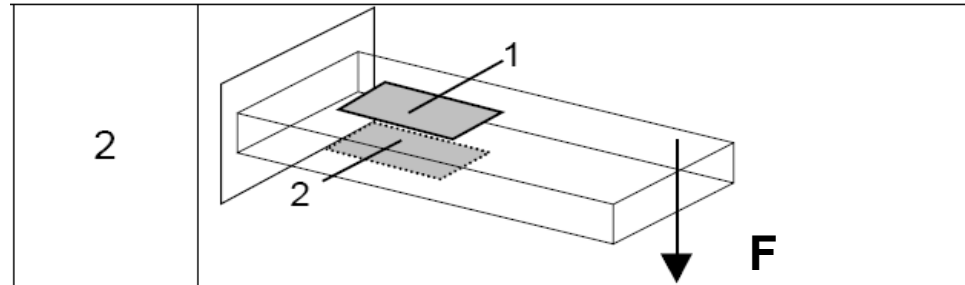
Dinamometro a mensola

G* Disposizione degli estensimetri

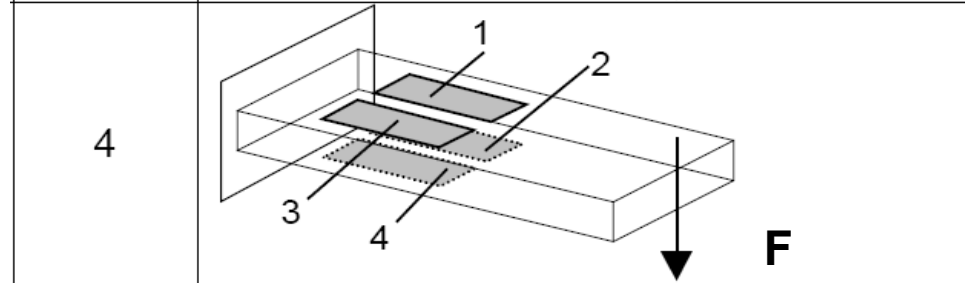
$$sensibilità = \frac{\Delta E_0}{F} = \frac{1}{4} G^* \frac{K 6 L E_b}{a b^2}$$



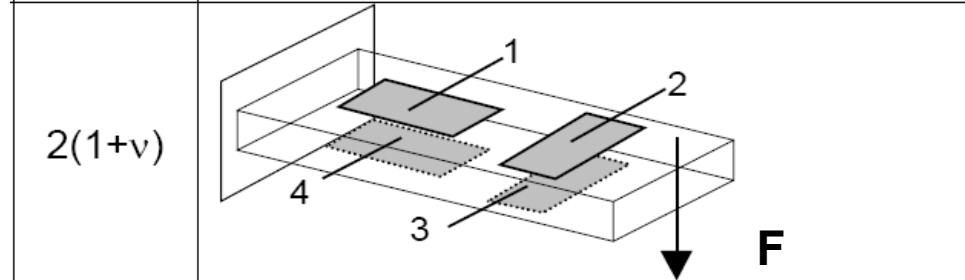
Nessuna compensazione termica



Compensazione termica



Sensibilità massima, compensazione termica

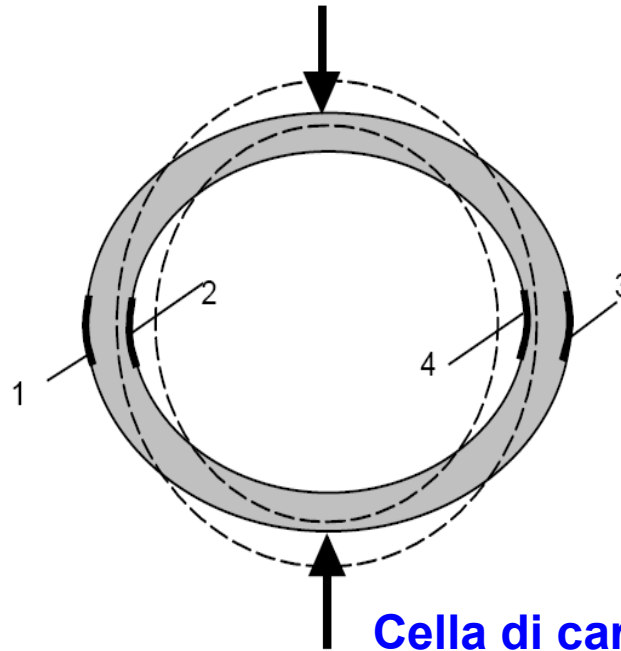
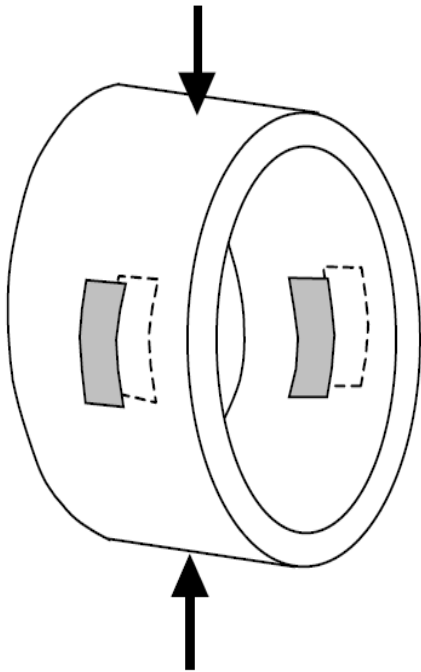


sensibilità non massima, compensazione termica

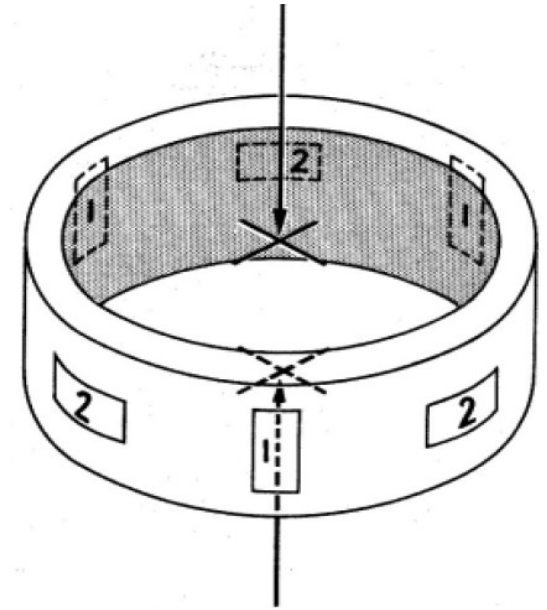
Esempi applicativi

Gli estensimetri sono spesso utilizzati nella costruzione di misuratori di forza (dynamometri e celle di carico)

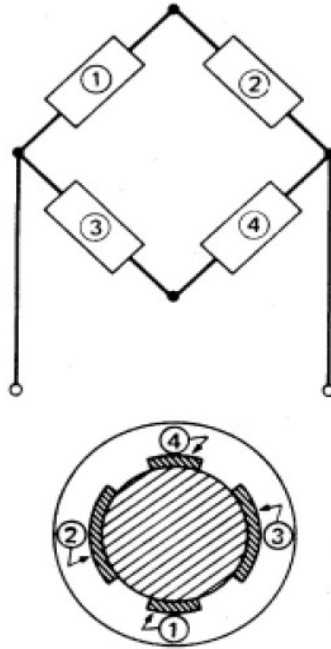
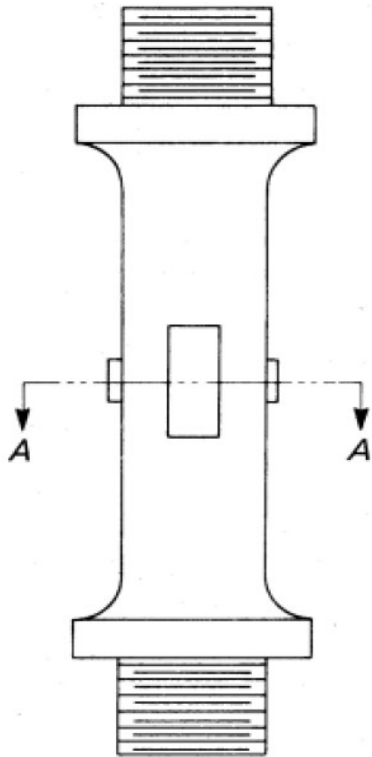
Cella di carico per carichi assiali con 3+3 estensimetri (a 3 a 3 in serie)



Cella di carico per carichi assiali con 4 estensimetri

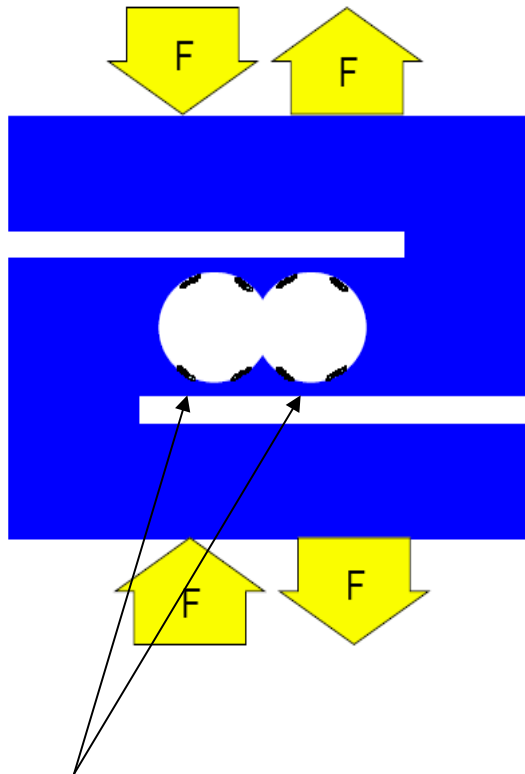


Esempi applicativi



Dinamometro a 4 estensimetri per carichi assiali

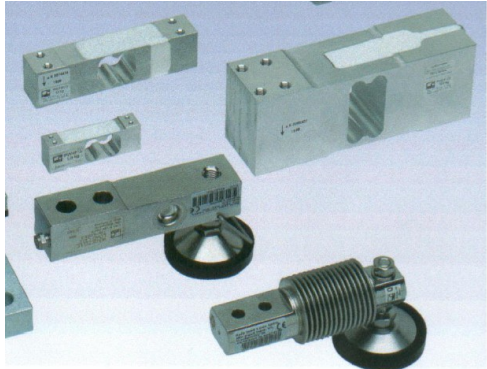
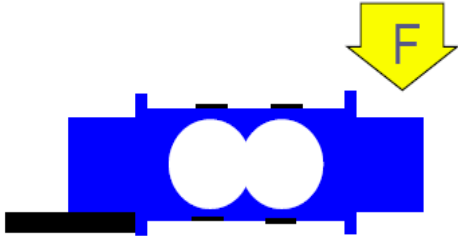
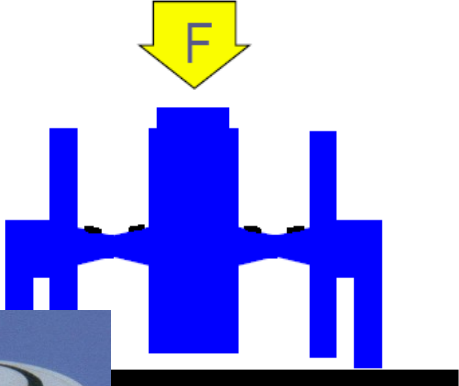
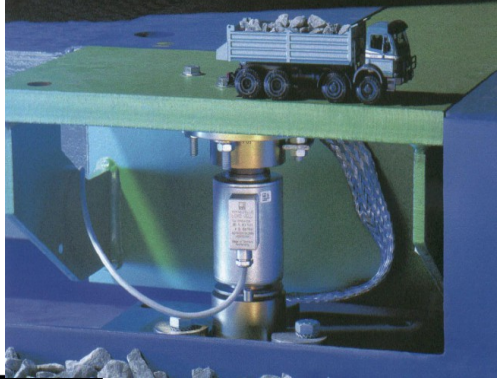
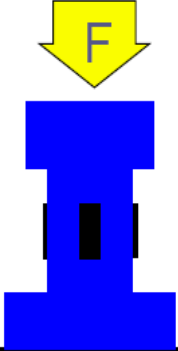
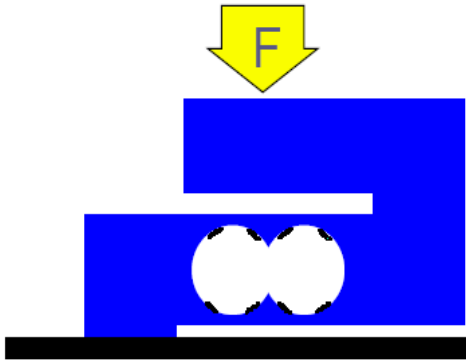
Esempi applicativi



estensimetri



Alcune configurazioni "classiche" di celle di carico

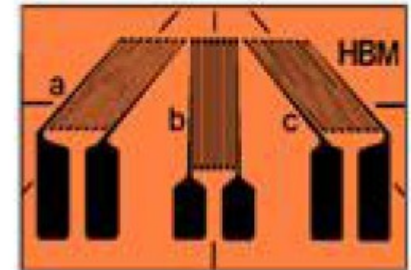
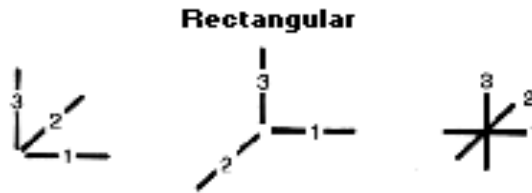


Cenni alle rosette estensimetriche

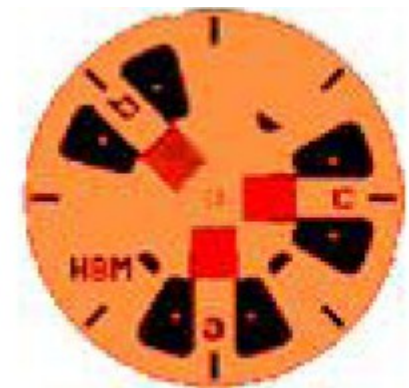
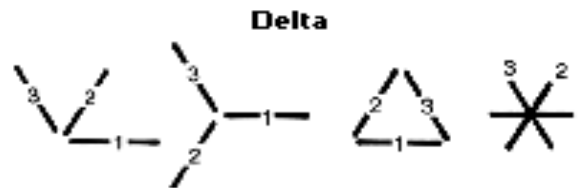
Le rosette estensimetriche sono composizioni di almeno due estensimetri (solitamente tre) disposti in opportuna geometria e sono generalmente utilizzate nell'analisi dello stato di tensione piano.

Potrete trovare due grandi gruppi : **rosette rettangolari** e **rosette a delta**

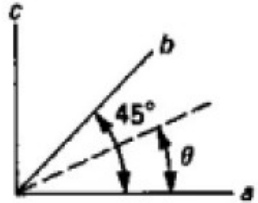
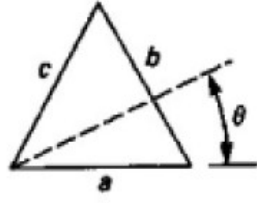
rosette rettangolari sono quelle in cui il secondo e terzo asse di misura sono messi a 45° e a 90° rispetto al primo asse



rosette a delta sono quelle in cui gli assi sono disposti rispettivamente a 60° e 120° rispetto al primo asse.



Esistono passaggi matematici (consultare testi specifici) che permettono attraverso tre misure indipendenti di deformazione di determinare gli assi principali di stress e deformazione e l'entità dello stress e della deformazione.

Type of Rosette:	 Rectangular	 Equiangular (delta)
Principal strains, ϵ_1, ϵ_2	$\frac{1}{2} \left[\epsilon_a + \epsilon_c \pm \sqrt{2(\epsilon_a - \epsilon_b)^2 + 2(\epsilon_b - \epsilon_c)^2} \right]$	$\frac{1}{3} \left[\epsilon_a + \epsilon_b + \epsilon_c \pm \sqrt{2(\epsilon_a - \epsilon_b)^2 + 2(\epsilon_b - \epsilon_c)^2 + 2(\epsilon_c - \epsilon_a)^2} \right]$
Principal stresses, σ_1, σ_2	$\frac{E}{2} \left[\frac{\epsilon_a + \epsilon_c}{1 - \nu} \pm \frac{1}{1 + \nu} \sqrt{2(\epsilon_a - \epsilon_b)^2 + 2(\epsilon_b - \epsilon_c)^2} \right]$	$\frac{E}{3} \left[\frac{\epsilon_a + \epsilon_b + \epsilon_c}{1 - \nu} \pm \frac{1}{1 + \nu} \sqrt{2(\epsilon_a - \epsilon_b)^2 + 2(\epsilon_b - \epsilon_c)^2 + 2(\epsilon_c - \epsilon_a)^2} \right]$
Maximum shear, τ_{max}	$\frac{E}{2(1 + \nu)} \sqrt{2(\epsilon_a - \epsilon_b)^2 + 2(\epsilon_b - \epsilon_c)^2}$	$\frac{E}{3(1 + \nu)} \sqrt{2(\epsilon_a - \epsilon_b)^2 + 2(\epsilon_b - \epsilon_c)^2 + 2(\epsilon_c - \epsilon_a)^2}$
$\tan 2\theta$	$\frac{2\epsilon_b - \epsilon_a - \epsilon_c}{\epsilon_a - \epsilon_c}$	$\frac{\sqrt{3}(\epsilon_c - \epsilon_b)}{2\epsilon_a - \epsilon_b - \epsilon_c}$
$0 < \theta < +90^\circ$	$\epsilon_b > \frac{\epsilon_a + \epsilon_c}{2}$	$\epsilon_c > \epsilon_b$

Nella figura è riportato il concio di un tirante a sezione circolare cava, di una struttura reticolare. Su tale tirante vengono collocati quattro estensimetri per la misura del carico F in direzione assiale.

1) Indicare la collocazione e l'orientazione degli estensimetri sul tirante e la disposizione sul ponte di misura giustificando la scelta.

2) Determinare lo sforzo normale F corrispondente ad una lettura di 10.0 mV di sbilanciamento con il ponte alimentato a 10.0 V

$D=26$ mm

$d=0.8$ inc

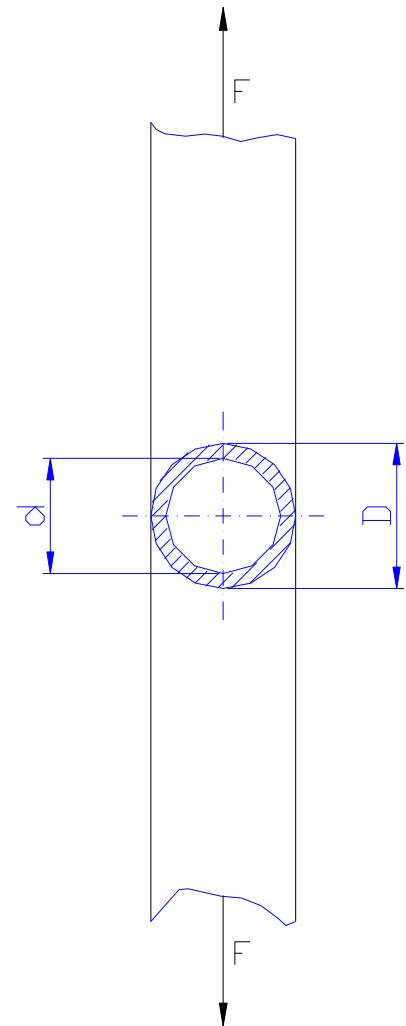
$E=205$ Gpa

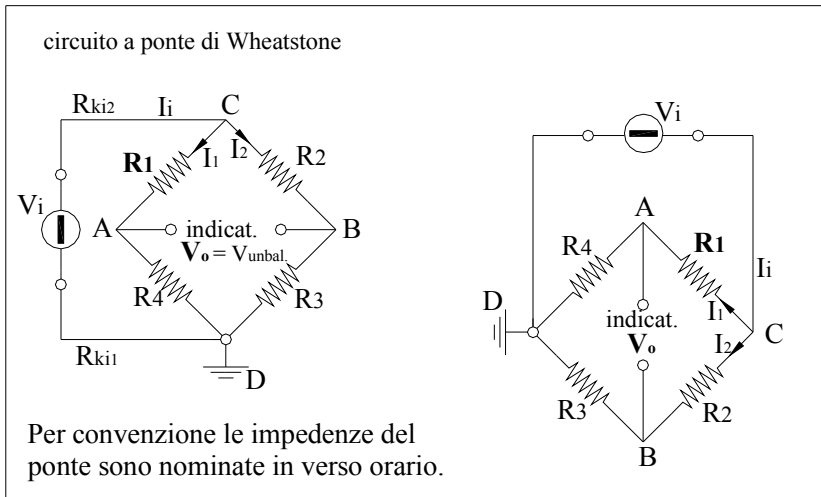
$\nu=0.30$

Caratteristiche estensimetro:

$K=2.055 \pm 0.5\%$

$R_o=120 \pm 0.3\% \Omega$



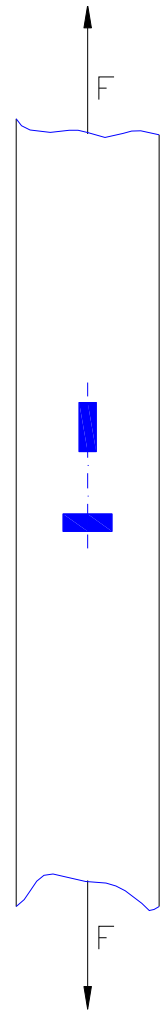


$$\left(\frac{\Delta V_0}{V_i} \right) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

Lo stato di tensione associato ad una sollecitazione monodimensionale di trazione sul provino da luogo in una qualsiasi sezione ortogonale all'asse del provino ad una tensione normale σ costante nella sezione considerata e pari a:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi \frac{(D^2 - d^2)}{4}}$$

Si disporranno quindi 2 estensimetri lungo l'asse longitudinale (su due generatrici opposte del cilindro), e tali trasduttori saranno collegati su rami opposti nel ponte di Wheatstone (R1 e R3) (il segnale si somma), mentre gli ulteriori 2 estensimetri (R2 e R4) saranno disposti ortogonalmente all'asse della sollecitazione e permetteranno di compensare gli ingressi interferenti dovuti alla temperatura.



Se sul provino agisse una sollecitazione di momento flettente giacente su un piano passante sull'asse del provino e sugli estensimetri 1 e 3, la deformazione conseguente a tale sollecitazione non darebbe luogo ad uno sbilanciamento del ponte di Wheatstone: in questo caso gli estensimetri 1 e 3 sono sottoposti a deformazioni uguali in modulo ma di segno opposto, il conseguente sbilanciamento del ponte di Wheatstone, visto il collegamento di R1 e R2, risulta quindi, per tale componente di sollecitazione, nullo.

La disposizione a ponte completo così come indicata nel caso in esame consente di :

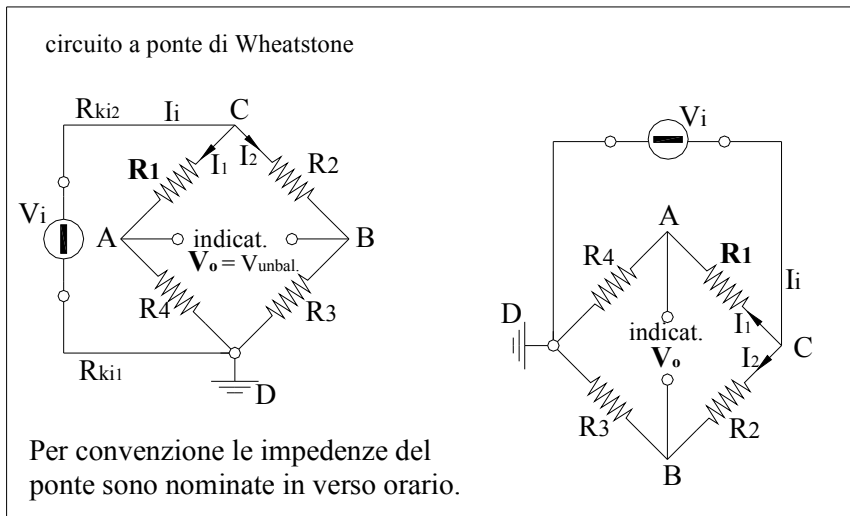
- 1) fornire il segnale massimo
- 2) compensare gli effetti della temperatura
- 3) eliminare gli effetti dell'eventuale presenza del momento flettente



Nell'eventualità siano disponibili 2 soli estensimetri (collegamento a 1/2 ponte) da porsi su due rami adiacenti del ponte di Wheatstone, gli estensimetri da scegliere sono il nr. 1 e 2 oppure il nr. 3 e 4, le altre combinazioni a 1/2 ponte fornirebbero segnale nullo.

La disposizione a 1/2 ponte completo così come indicata nelle righe precedenti porta a:

- 1) fornire il segnale pari alla metà di quello rilevato nel caso di ponte intero
- 2) compensare gli effetti della temperatura
- 3) gli effetti di un eventuale momento flettente sono misurati e sommati al contributo dato dalla forza di trazione F



Ricordando le modalità di collegamento degli estensimetri a ponte intero esposte in precedenza si avrà:

Estensimetro 1 e 3

deformazione cui è sottoposto:

$$\varepsilon_l = \frac{\sigma}{E} \quad \text{ove} \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

Estensimetro 2 e 4

deformazione cui è sottoposto:

$$\varepsilon_t = -\nu\varepsilon_l$$

Quindi le variazioni sui singoli rami del ponte di Wheatstone risulteranno

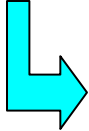
$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = K \cdot \varepsilon_l \quad \frac{\Delta R_2}{R_2} = K \cdot \varepsilon_t = K \cdot (-\nu\varepsilon_l) \quad \frac{\Delta R_3}{R_3} = K \cdot \varepsilon_l \quad \frac{\Delta R_4}{R_4} = K \cdot (-\nu\varepsilon_l)$$

Supponendo di impiegare estensimetri uguali, e quindi con lo stesso fattore di taratura K , dalla relazione per il calcolo dello sbilanciamento di ponte di Wheatstone si ottiene:

$$\left(\frac{\Delta V_0}{V_i} \right) = \frac{1}{4} \cdot K \cdot (\varepsilon_l - (-\nu\varepsilon_l) + \varepsilon_l - (-\nu\varepsilon_l)) = \frac{K}{4} \cdot 2\varepsilon(1 + \nu) = \frac{K}{2} \cdot \varepsilon(1 + \nu)$$

Noto pertanto lo sbilanciamento di 10mV del ponte di Wheatstone è possibile ricavare il conseguente valore della deformazione, in particolare si ottiene:

$$\left(\frac{\Delta V_0}{V_i}\right) = \frac{K}{2} \cdot \varepsilon_l (1 + \nu)$$


$$\varepsilon_l = \left(\frac{\Delta V_0}{V_i}\right) \cdot \frac{2}{K(1 + \nu)} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10} \cdot \frac{2}{2.055(1 + 0.3)} = 748.6 \cdot 10^{-6} \frac{m}{m} = 748.6 \frac{\mu m}{m}$$

Nota la relazione che esprime la deformazione attesa sul provino in funzione della forza esterna applicata F, impiegando unità di misura fra loro congrue si ricava:

$$\varepsilon_l = \frac{\sigma}{E} \quad \text{ove} \quad \sigma = \frac{F}{A}; \quad A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2); \quad F = \sigma A = E \varepsilon_l \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

$$D = 26mm = 26 \cdot 10^{-3} m$$

$$d = 0.8inc = 0.8 \cdot 25.4 = 20.32mm = 20.32 \cdot 10^{-3} m$$

$$F = E \varepsilon_l \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = 205 \cdot 10^9 \cdot 748.6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\pi}{4} (26^2 - 20.32^2) \cdot 10^{-6} = 31711N$$